

Limit, Türev, İntegral

AYT

İntegral ile Alan Hesaplama

Belirli integralin en önemli uygulaması, kenarları eğri olan bölgelerin alanını hesaplamaktır. Bir eğri ile yatay eksen arasındaki alan, eğrinin eksenin altına indiği parçalar ayrı alınarak; iki eğri arasındaki alan ise üstteki eğriden alttakinin çıkarılmasıyla bulunur. Bu yazıda eğri ile eksen arasındaki alanı, eksenin altında kalan ve eksenin iki yanına yayılan bölgeleri, iki eğri arasındaki alanı ve kesişim noktalarının bulunmasını, eğrilerin yer değiştirdiği durumları, dikey eksene göre alanı, üstel, logaritmik ve trigonometrik eğrileri, parametrelili alan sorularını ve hız ile kemer gibi uygulamaları çözümlü örneklerle ele alıyoruz.



BELGE BİLGİLERİ

Belge kodu	AC-050
Yazı no	50
Sürüm	1.0
Sürüm tarihi	28 Eylül 2026
İçerik izi	732A E65D 5AC7
Yayımlayan	ahmetcelen.com.tr

GÜNCELLEK KONTROLÜ

Bu belgeyi kullanmadan veya paylaşmadan önce güncelliğinden emin olunuz. QR kodu okutun ya da adrese girin: elinizdeki sürümün güncel olup olmadığını ve sonradan düzeltilen bir hata bulunup bulunmadığını gösterir.

ahmetcelen.com.tr/d/ac-050/1-0/

Hatalar düzeltildikçe yeni sürüm yayımlanır; bütün değişiklikler sitede sürüm geçmişinde listelenir.



Güncelliği kontrol et

Bu belge tamamen ücretsizdir. Size satmaya çalışanlara itibar etmeyiniz.

İÇİNDEKİLER

1. Alan ve integral
2. Eğri ile yatay eksen arasındaki alan
3. Eksenin altında kalan alan
4. Eksenin iki yanına yayılan bölge
5. Eksenin altındaki parabol parçası
6. Grafikten alan okumak
7. Sinüs eğrisinin altındaki alan
8. İki eğri arasındaki alan
9. Neden üst eksi alt?
10. Kesişim noktalarını bulmak
11. Parabol ile yatay doğru
12. Sinüs ve kosinüs arasındaki alan
13. İki parabol arasındaki alan
14. Eğrilerin yer değiştirmesi
15. Dikey eksene göre alan
16. Üstel ve logaritmik eğriler
17. Hiperbolün altındaki alan
18. Mutlak değerli eğri
19. Geometriyle karşılaştırma
20. Parametrel alan soruları
21. Uygulama: iki aracın mesafe farkı
22. Uygulama: parabol biçimli kemer
23. Alan hesabının adımları
24. Sınavda alan hesabı
25. Sık yapılan hatalar
26. Hap bilgi özeti
27. Sık sorulanlar
28. Kontrol listesi

Alan ve integral

❏ ÖNCE ŞUNLARI BİL

Bu yazıyı daha rahat anlamak için belirli integrali hesaplamayı ve eğrilerin kesişim noktalarını bulmayı biliyor olman yeterli.

Temel bilgiler için [Belirli İntegral Konu Anlatımı](#) ve [İntegral Konu Anlatımı](#) yazılarına göz at.

Üçgen, dikdörtgen ve daire gibi tanıdık şekillerin alanları formüllerle bulunur. Kenarlarından biri eğri olan bölgelerin alanı ise belirli integralle hesaplanır. Fonksiyon aralıkta pozitifken belirli integral, eğrinin altında ve yatay eksenin üstünde kalan bölgenin alanına eşittir.

Kapaktaki öğrenciler iki eğri arasında kalan bölgeyi küçük karolarla dolduruyor. Karoların sayısı ve boyutu bölgenin alanını verir; karolar küçüldükçe hesap daha kesinleşir. İntegral, bu karolaşmanın sonsuz incelikteki hâlidir ve alanı tam olarak verir.

Eğri ile yatay eksen arasındaki alan

Fonksiyon $[a, b]$ aralığının hiçbir noktasında negatif değer almıyorsa, eğri ile yatay eksen arasındaki alan doğrudan belirli integraldir: $A = \int_a^b f(x) dx$.

✏ ÖRNEK

$y = x^2$ eğrisi, yatay eksen ve $x = 2$ doğrusu arasındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

Eğri $[0, 2]$ aralığında negatif değildir: $A = \int_0^2 x^2 dx$.

$A = \frac{8}{3}$ birimkare bulunur.

⇒ HAP BİLGİ

Fonksiyon pozitifse alan, belirli integraldir.

Negatif parçalarda integralin mutlak değeri alınır.

Eksenin altında kalan alan

Fonksiyon aralıkta negatifse belirli integral negatif çıkar; alan, integralin mutlak değeridir. Alan hiçbir zaman negatif olmaz; negatif işaret yalnızca bölgenin eksenin altında olduğunu gösterir.

✎ ÖRNEK

$y = x^2 - 4$ eğrisi ile yatay eksen arasındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

Eğri eksen $x = -2$ ve $x = 2$ de keser ve bu aralıkta eksenin altındadır: $\int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx = -\frac{32}{3}$.

Alan $\frac{32}{3}$ birimkare olur.

⇒ HAP BİLGİ

Eksenin altında kalan bölgenin alanı, belirli integralin mutlak değeridir; alan hiçbir zaman negatif olmaz.

Eksenin iki yanına yayılan bölge

Eğri aralığın bir kısmında eksenin üstünde, bir kısmında altındaysa belirli integral iki parçanın farkını verir, toplamını değil. Alan için aralık, eğrinin eksenini kestiği noktalardan bölünür ve her parçanın mutlak değeri toplanır.

✎ ÖRNEK

$y = x^3$ eğrisi ile yatay eksen arasında $[-1, 2]$ aralığındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

Eğri $x = 0$ da eksenini keser: $\int_{-1}^0 x^3 dx = -\frac{1}{4}$ ve $\int_0^2 x^3 dx = 4$ olur.

Alan $\frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$ birimkare olur; oysa belirli integral $\frac{15}{4}$ verir.

⚠ DİKKAT

Eksenin iki yanına yayılan bölgede tek bir belirli integral almak.

Tek integral pozitif ve negatif parçaları birbirinden çıkarır ve alanı olduğundan küçük gösterir. Önce eğrinin eksenini kestiği noktalar bulunmalıdır.

Eksenin altındaki parabol parçası

Kolları yukarı bakan bir parabol iki gerçek kökü arasında yatay eksenin altında kalır. Bu parçanın alanı, iki kök arasındaki integralin mutlak değeridir.

ÖRNEK

$y = x^2 - 2x$ parabolü ile yatay eksen arasındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

Kökler 0 ve 2 dir; $\int_0^2 (x^2 - 2x) dx = \frac{8}{3} - 4 = -\frac{4}{3}$ olur.

Alan $\frac{4}{3}$ birimkaredir.

Grafikten alan okumak

Bazı sorularda eğri ile eksen arasındaki alanlar grafik üzerinde sayı olarak verilir ve fonksiyonun formülü hiç verilmeden belirli integralin değeri sorulur. Bu durumda eksenin üstündeki alanlar artı, altındakiler eksi işaretle toplanır.

ÖRNEK

Bir f fonksiyonunun grafiği ile eksen arasında $[0, 3]$ te eksenin üstünde 3, $[3, 5]$ te eksenin altında 2 birimkarelik alan olsun.

$\int_0^5 f(x) dx$ değerini ve toplam alanı bulalım.

Belirli integral $3 - 2 = 1$ olur.

Toplam alan ise $3 + 2 = 5$ birimkaredir.

Sinüs eğrisinin altındaki alan

Trigonometrik eğriler periyodik olarak eksenin üstüne ve altına geçer ve her yarım periyotta işaret değiştirir. Bu yüzden bir tam periyot boyunca belirli integral sıfır çıkabilir, ama alan sıfır değildir.

ÖRNEK

$y = \sin x$ eğrisi ile yatay eksen arasında $[0, 2\pi]$ aralığındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

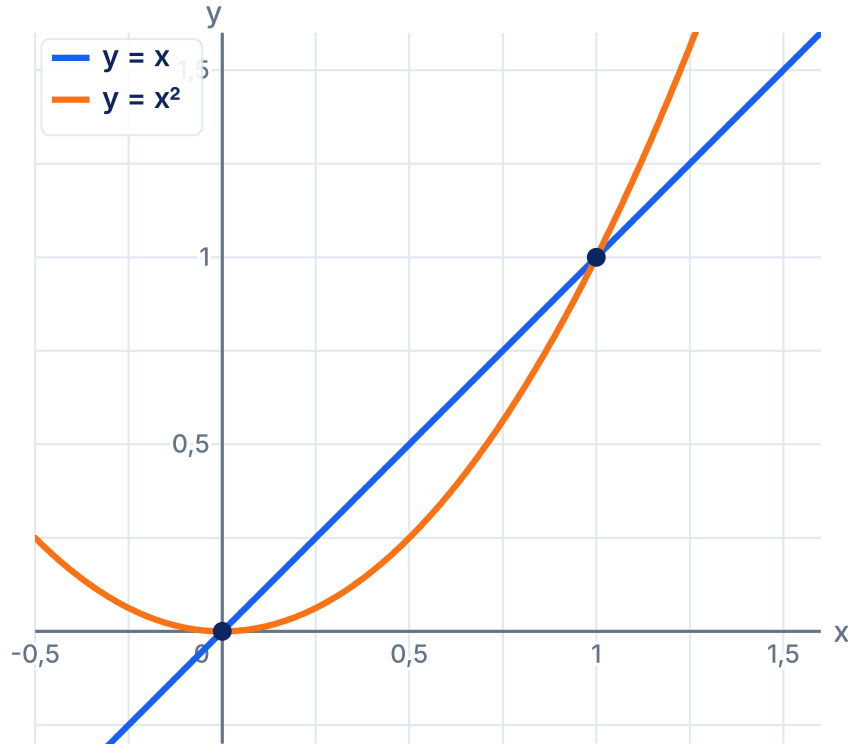
$\int_0^{\pi} \sin x dx = 2$ ve $\int_{\pi}^{2\pi} \sin x dx = -2$ dir.

Alan $2 + 2 = 4$ birimkare olur; belirli integral ise 0 dır.

İki eğri arasındaki alan

İki eğri arasında kalan bölgenin alanı, her apsiste üstteki eğriden alttakinin çıkarılıp bu farkın integralinin alınmasıyla bulunur. Eksenin nerede olduğu önemli değildir; fark her zaman iki eğri arasındaki dikey uzaklıktır:

$$A = \int_a^b \left(f_{\text{üst}}(x) - f_{\text{alt}}(x) \right) dx$$



$y = x$ ve $y = x^2$ eğrileri

ÖRNEK

$y = x$ doğrusu ile $y = x^2$ eğrisi arasındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

Eğriler $x = 0$ ve $x = 1$ de kesişir; bu aralıkta doğru üsttedir.

$$A = \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ birimkare olur.}$$

HAP BİLGİ

İki eğri arasındaki alan $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ olur; burada f üstteki, g alttaki eğridir.

Neden üst eksi alt?

İki eğri arasındaki alanda eksenin konumu önemsizdir. Bunun nedeni şudur: iki eğri birlikte aynı miktar yukarı ya da aşağı kaydırılırsa aralarındaki bölge değişmez ve üst eksi alt farkı da aynı kalır. Bu yüzden eğrilerden biri ya da ikisi eksenin altında olsa bile formül değişmez.

Geometrik olarak her apsiste üst eğri ile alt eğri arasındaki dikey uzaklık, bölgeyi oluşturan ince şeridin yüksekliğidir. Bu yüksekliklerin integrali bölgenin alanını verir. Üst ve alt yer değiştirirse fark negatif olur; bu, eğrilerin kesiştiğini ve aralığın bölünmesi gerektiğini gösterir.

Kesişim noktalarını bulmak

İki eğri arasındaki kapalı bölgenin sağ ve sol sınırları, eğrilerin kesişim noktalarıdır. Bu noktalar iki fonksiyon eşitlenerek bulunur; sonra aralıktan bir sayı seçilerek hangi eğrinin üstte olduğu belirlenir.

ÖRNEK

$y = x^2$ eğrisi ile $y = 2x + 3$ doğrusu arasındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

$x^2 = 2x + 3$ ise $(x - 3)(x + 1) = 0$, yani $x = -1$ ve $x = 3$; aralıkta doğru üsttedir.

$$A = \int_{-1}^3 (2x + 3 - x^2) dx = \frac{32}{3} \text{ birimkare olur.}$$

HAP BİLGİ

Kapalı bölgenin sınırları eğrilerin kesişim noktalarıdır.

Hangi eğrinin üstte olduğu, aralıktan bir sayı seçilerek belirlenir.

Parabol ile yatay doğru

Yukarı açılan bir parabol ile onu kesen yatay bir doğru, parabolün içinde kapalı bir bölge oluşturur. Doğru üstte, parabol alttadır.

ÖRNEK

$y = x^2$ parabolü ile $y = 4$ doğrusu arasındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

$$x^2 = 4 \text{ ise } x = \pm 2 \text{ olur; } A = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx.$$

$$A = \frac{32}{3} \text{ birimkare bulunur.}$$

Sinüs ve kosinüs arasındaki alan

Trigonometrik eğriler arasındaki alanlarda kesişim noktaları özel açılarda olur. $[0, \frac{\pi}{4}]$ aralığında kosinüs sinüsün üstündedir; iki eğri $\frac{\pi}{4}$ de kesişir.

ÖRNEK

$y = \sin x$ ve $y = \cos x$ eğrileri ile dikey eksen arasında $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ aralığındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

$$A = \int_0^{\pi/4} (\cos x - \sin x) dx = \left[\sin x + \cos x \right]_0^{\pi/4} \text{ olur.}$$

$\sqrt{2} - 1$, yaklaşık 0,414 birimkare bulunur.

İki parabol arasındaki alan

Biri yukarı, diğeri aşağı açılan iki parabol genellikle kapalı bir bölge oluşturur. Bölge dikey eksene göre simetrikse yarısı hesaplanıp iki katı alınır ve hesap kısılır.

ÖRNEK

$y = x^2$ ve $y = 2 - x^2$ parabolleri arasındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

$x^2 = 2 - x^2$ ise $x = \pm 1$ olur; aralıkta $2 - x^2$ üsttedir ve fark $2 - 2x^2$ dir.

$$A = \int_{-1}^1 (2 - 2x^2) dx = 2 \int_0^1 (2 - 2x^2) dx = \frac{8}{3} \text{ birimkare olur.}$$

Eğrilerin yer değiştirmesi

İki eğri birden fazla noktada kesişiyorsa her kesişim noktasında üstteki eğri değişebilir ve bölge birden fazla parçadan oluşur. Bu durumda aralık kesişim noktalarından bölünür ve her parçada ayrı bir integral alınır.

ÖRNEK

$y = x^3$ ve $y = x$ eğrileri arasında kalan bölge verilsin.

Toplam alanı bulalım.

Eğriler $x = -1, 0$ ve 1 de kesişir. $[-1, 0]$ da x^3 , $[0, 1]$ de x üsttedir.

Her iki parçanın alanı $\frac{1}{4}$ dir; toplam alan $\frac{1}{2}$ birimkare olur.

Tek bir integral $\int_{-1}^1 (x - x^3) dx$ alınsaydı iki parça birbirini götürür ve sonuç 0 çıkardı. Simetrik görünen bölgelerde bu tuzağa özellikle dikkat etmek gerekir.

Dikey eksene göre alan

Bazı bölgelerde eğriler x in y ye bağlı fonksiyonları olarak daha kolay yazılır; özellikle yana açılan paraboller böyledir. Bu durumda integral y ye göre alınır: sağdaki eğriden soldaki çıkarılır ve alt ile üst y sınırları arasında integral alınır.

ÖRNEK

$x = y^2$ eğrisi ile $x = 4$ doğrusu arasındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını y ye göre integrale bulalım.

Eğri ile doğru $y = -2$ ve $y = 2$ de kesişir; doğru sağdadır: $A = \int_{-2}^2 (4 - y^2) dy$.

$$A = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3} \text{ birimkare olur.}$$

Aynı bölge x e göre de hesaplanabilir; bu kez üst sınır $\sqrt{x}$, alt sınır $-\sqrt{x}$ olur ve $\int_0^4 2\sqrt{x} dx$ yine $\frac{32}{3}$ verir. Hangi değişkenin daha kolay olduğu bölgenin biçimine bağlıdır.

Üstel ve logaritmik eğriler

Üstel eğriler her zaman yatay eksenin üstündedir; bu yüzden altlarındaki alan doğrudan belirli integraldir ve mutlak değer gerekmez. Logaritma eğrisi ise $x = 1$ de eksenini keser ve bu noktanın sağında pozitiftir.

ÖRNEK

$y = e^x$ eğrisi ile yatay eksen arasında $[0, 1]$ aralığındaki bölge ve $y = \ln x$ eğrisi altında $[1, e]$ aralığındaki bölge verilsin.

İki alanı bulalım.

Birinci alan $\int_0^1 e^x dx = e - 1$, yaklaşık 1,718 birimkaredir.

$\ln x$ in bir ters türevi $x \ln x - x$ tir; ikinci alan $(e - e) - (0 - 1) = 1$ birimkare olur.

İkinci örnekteki ters türev, türev alınarak doğrulanır: $(x \ln x - x)' = \ln x + 1 - 1 = \ln x$ tir.

Hiperbolün altındaki alan

$y = \frac{1}{x}$ eğrisinin altındaki alan, pozitif x ler için doğal logaritmayla verilir. Bu, doğal logaritmanın geometrik tanımıdır: 1 den t ye kadar olan alan $\ln t$ dir.

ÖRNEK

$y = \frac{1}{x}$ eğrisi ile yatay eksen arasında $[1, e]$ ve $[1, 4]$ aralıklarındaki bölgeler verilsin.

Alanları bulalım.

Birincisi $\ln e - \ln 1 = 1$ birimkaredir.

İkincisi $\ln 4$, yaklaşık 1,386 birimkaredir.

Mutlak değerli eğri

Mutlak değerli bir fonksiyon hiçbir zaman negatif olmadığı için grafiği hep eksenin üstündedir ve altındaki alan belirli integrale eşittir. Hesap için aralık, mutlak değerinin içinin sıfır olduğu noktadan bölünür.

ÖRNEK

$y = |x - 1|$ eğrisi ile yatay eksen arasında $[0, 3]$ aralığındaki bölge verilsin.

Bölgenin alanını bulalım.

$$\int_0^1 (1 - x) dx = \frac{1}{2} \text{ ve } \int_1^3 (x - 1) dx = 2 \text{ olur.}$$

Alan $\frac{5}{2}$ birimkaredir; bu, iki üçgenin alanları toplamıdır.

Geometriyle karşılaştırma

Doğrularla sınırlanan bölgelerde integral ile geometri her zaman aynı sonucu vermelidir. Bu karşılaştırma, integral yönteminin güvenilirliğini gösterir ve hesap hatalarını yakalamaya yarar.

ÖRNEK

$y = 2x + 1$ doğrusu, yatay eksen, $x = 1$ ve $x = 3$ doğruları arasındaki bölge verilsin.

Alanı iki yoldan bulalım.

$$\text{İntegralle } \int_1^3 (2x + 1) dx = \left[x^2 + x \right]_1^3 = 10 \text{ olur.}$$

Bölge paralel kenarları 3 ve 7, yüksekliği 2 olan bir yamuktur; alanı 10 dur.

Parametrel alan soruları

Alanın değeri verilip bölgeyi sınırlayan bir sayı sorulabilir. Alan integralle sınır cinsinden yazılır ve verilen değere eşitlenir; ortaya çıkan denklemden sınır bulunur ve koşulu sağlamayan kökler atılır.

ÖRNEK

$y = x^2$ eğrisi, yatay eksen ve $x = k$ doğrusu arasındaki bölgenin alanı 9 birimkare olsun, $k > 0$.

k yı bulalım.

$$\text{Alan } \int_0^k x^2 dx = \frac{k^3}{3} \text{ tür.}$$

$$\frac{k^3}{3} = 9 \text{ ise } k^3 = 27 \text{ ve } k = 3 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK

$y = x$ doğrusu altında $[0, 2]$ aralığındaki bölge verilsin.

Bu alanı iki eşit parçaya bölen $x = a$ doğrusunu bulalım.

$$\text{Toplam alan } \int_0^2 x dx = 2 \text{ dir; } \int_0^a x dx = 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$\frac{a^2}{2} = 1 \text{ ise } a = \sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

Uygulama: iki aracın mesafe farkı

Hız zaman grafiğinin altındaki alan, o süre boyunca alınan toplam yoldur. İki aracın hız grafikleri arasındaki alan ise aynı sürede aldıkları yolların farkını verir.

ÖRNEK

Aynı noktadan aynı anda çıkan iki aracın hızları $v_1(t) = 2t$ ve $v_2(t) = t^2$ olsun.

İlk iki saniyenin sonunda araçlar arasındaki mesafeyi bulalım.

$[0, 2]$ aralığında $2t \geq t^2$ olduğundan birinci araç öndedir: $\int_0^2 (2t - t^2) dt$.

$4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$ birim bulunur.

Uygulama: parabol biçimli kemer

Köprü ve kapı kemerlerinin birçoğu parabol biçimindedir; parabol, yükü kemer boyunca dengeli dağıtır. Kemerin altındaki açıklığın alanı, parabolün yatay eksenin üstünde kalan kısmının integraliyle bulunur.

ÖRNEK

Bir kemer $y = 4 - x^2$ parabolüyle modelleniyor; birimler metredir.

Kemerin altındaki açıklığın alanını bulalım.

Parabol yatay eksen $x = \pm 2$ de keser: $A = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$.

$A = \frac{32}{3}$, yaklaşık 10,67 metrekaredir.

Bu alan, kemerin içine yerleştirilebilecek en büyük dikdörtgenden de, kemeri çevreleyen dikdörtgenden de farklıdır; çevreleyen dikdörtgenin alanının tam üçte ikisidir.

HAP BİLGİ

Gündelik hayatta

Altı düz, üstü $y = 1 - x^2$ metre biçiminde kemerli bir pencerenin camı $x = -1$ ile $x = 1$ arasındadır.

Camın alanı $\int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = \frac{4}{3}$ metrekare olur.

Alan hesabının adımları

Alan sorularında aşağıdaki adımlar sırayla izlenirse hata olasılığı çok azalır ve hiçbir parça atlanmaz:

Adım	İşlem
1	Bölgeyi kabaca çiz
2	Kesişim ve eksen kesim noktalarını bul
3	Her parçada hangi eğrinin üstte olduğunu belirle
4	Her parça için üst eksi alt integralini kur
5	İntegralleri hesapla ve topla

Kaba bir çizim çoğu hatayı daha başlamadan önler: hangi eğrinin üstte olduğu ve bölgenin kaç parçadan oluştuğu çizimden hemen görülür.

Sınavda alan hesabı

📌 SINAVDA NASIL ÇIKAR

İleri düzeyde (AYT) alan soruları; eğri ile eksen arası, iki eğri arası, parabol ile doğru arası, parametrelili alan ve grafikten alan okuma biçiminde karşına çıkabilir.

Bazı sorularda alanlar verilir ve belirli integralin değeri istenir; bu durumda eksenin altındaki alanlar eksi işaretle alınır.

Soruda grafik verilmişse alanları doğrudan integral değerlerine çevir: eksenin üstü artı, altı eksi. Grafik verilmemişse önce kesişim noktalarını bul ve kaba bir çizim yap.

Sık yapılan hatalar

Hata	Doğrusu
Negatif integrali alan saymak	Mutlak değer alınır
Eksenin iki yanında tek integral	Aralık bölünür
Alt eksi üst almak	Üst eksi alt
Kesişim noktalarını bulmadan sınır seçmek	Sınırlar kesişimlerdir
Eğriler yer değiştirince tek integral	Her parça ayrı
Alanı negatif yazmak	Alan her zaman pozitifdir

Alan hesabının sonunda sonucu bir tahminle karşılaştır: bölge yaklaşık hangi dikdörtgenin içine sığıyor? Sonuç o dikdörtgenin alanından büyükse ya da negatifse bir yerde hata vardır.

🔑 Hap bilgi özeti

1 Fonksiyon pozitifse alan, belirli integraldir.

Negatif parçalarda integralin mutlak değeri alınır.

2 Eksenin altında kalan bölgenin alanı, belirli integralin mutlak değeridir; alan hiçbir zaman negatif olmaz.

3 İki eğri arasındaki alan $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ olur; burada f üstteki, g alttaki eğridir.

4 Kapalı bölgenin sınırları eğrilerin kesişim noktalarıdır.
Hangi eğrinin üstte olduğu, aralıktan bir sayı seçilerek belirlenir.

5 **Gündelik hayatta**

Altı düz, üstü $y = 1 - x^2$ metre biçiminde kemerli bir pencerenin camı $x = -1$ ile $x = 1$ arasındadır.

Camın alanı $\int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = \frac{4}{3}$ metrekare olur.

? Sık sorulanlar

Eğri ile eksen arasındaki alan nasıl bulunur?

Fonksiyon aralıkta pozitifse alan belirli integraldir. Eksenin altına inen parçalarda integralin mutlak değeri alınır.

İki eğri arasındaki alan nasıl bulunur?

Eğrilerin kesişim noktaları bulunur, her aralıkta üstteki eğriden alttaki çıkarılır ve bu farkın integrali alınır.

Belirli integral ile alan neden farklı çıkabilir?

Belirli integral eksenin altındaki bölgeyi negatif sayar. Alan ise her parçayı pozitif sayar.

$y = x$ ile $y = x$ kare arasındaki alan kaçtır?

Eğriler 0 ve 1 de kesişir; alan x eksi x karenin 0 dan 1 e integralidir ve 1 bölü 6 dır.

Sinüs eğrisinin bir periyot boyunca altındaki alan kaçtır?

0 ile 2 pi arasında alan 4 birimkaredir; belirli integral ise 0 dır.

Dikey eksene göre alan ne zaman kullanılır?

Eğriler x in y ye bağlı fonksiyonları olarak daha kolay yazılıyorsa integral y ye göre alınır: sağdaki eğriden soldaki çıkarılır.

Parabol ile doğru arasındaki alan nasıl bulunur?

Parabol ile doğru eşitlenerek kesişim noktaları bulunur. Bu noktalar arasında doğru üstteyse doğru eksi parabolün integrali alınır.

Alan neden negatif olamaz?

Alan bir büyüklüktür ve her zaman pozitifdir. Belirli integral negatif çıkıyorsa bölge eksenin altındadır ve alan için mutlak değer alınır.

Eğriler aralıkta yer değiştirirse ne yapılır?

Aralık kesişim noktalarından bölünür; her parçada hangi eğri üstteyse ondan alttaki çıkarılır ve parçaların alanları toplanır.

☰ Kontrol listesi

- ☐ Eğri ile yatay eksen arasındaki alanı hesaplayabiliyorum.
- ☐ Eksenin altında kalan bölgenin alanını bulabiliyorum.
- ☐ Eksenin iki yanına yayılan bölgeyi parçalara ayırabiliyorum.
- ☐ İki eğri arasındaki alanı üst eksi alt integraliyle bulabiliyorum.
- ☐ Kesişim noktalarını bulup integralin sınırlarını belirleyebiliyorum.
- ☐ Eğrilerin yer değiştirdiği durumları ayrı hesaplayabiliyorum.
- ☐ Dikey eksene göre alan hesaplayabiliyorum.
- ☐ Üstel, logaritmik ve trigonometrik eğrilerin altındaki alanı bulabiliyorum.
- ☐ Parametrel alan sorularını çözebiliyorum.
- ☐ Alan hesabını hız ve kemer gibi uygulamalarda kullanabiliyorum.

Bu belge hakkında. Bu PDF, ahmetcelen.com.tr'deki [Integral ile Alan Hesaplama](#) yazısının AC-050 kodlu belgesinin 1.0 sürümüdür.

Sürüm geçmişi ve değişiklikler: [ahmetcelen.com.tr/d/ac-050/](#). Güncel sürümü ve bütün konuların PDF'lerini [ahmetcelen.com.tr/pdf/](#) adresinde bulabilirsiniz. Elinizdeki dosyanın bizim yayımladığımız sürümle birebir aynı olup olmadığını [ahmetcelen.com.tr/d/](#) adresinde denetleyebilirsiniz; dosya cihazınızdan dışarı gönderilmez.

© 2026 ahmetcelen.com.tr · Eğitime Bir Tık Katkı

Üniversite ve kamu sınavlarına hazırlananlar için ücretsiz matematik kaynakları.
Bu belgenin güncel hâli ve çok daha fazlası sitede.



PDF merkezi



Konu anlatımları

Baştan sona anlatım, hap bilgiler ve çözümlü örnekler
ahmetcelen.com.tr/blog/



PDF merkezi

Her konunun güncel PDF'i, sürüm geçmişi ve belge doğrulama
ahmetcelen.com.tr/pdf/



Çıkış sorular

TYT, AYT, MSÜ, DGS ve KPSS çıkmış soruları
ahmetcelen.com.tr/ss/



Sınav geri sayımları

ÖSYM takvimine göre sınavlara kalan süre
ahmetcelen.com.tr/sinavlar/



Video çözümler

Konu anlatımı ve soru çözüm videoları
ahmetcelen.com.tr/video/



Belge doğrulama

Elinizdeki PDF'in güncel ve değiştirilmemiş olduğunu denetleyin
ahmetcelen.com.tr/d/



Üniversite topluluklarını, etkinlikleri ve şirketleri tek uygulamada buluşturan ücretsiz kampüs platformu.

• Dijital portföy

Katıldığın etkinlikleri ve sertifikalarını
uniconnectly.com/@kullaniciadi adresinde herkese açık sergile

• Sertifikalar

Platformda verilen sertifikalar doğrulanmış işaretli, edu.tr e-postan onaylı

• Topluluklar ve etkinlikler

Üniversitendeki toplulukları ve takvimi tek ekranda gör, başvuru etkinliklere katıl

• Doğrulanabilir katılım

QR ile giriş yaptığın etkinlikler portföyünde doğrulanmış listelenir

• Anlık fırsatlar

Staj, iş ve burs duyuruları akışına düşer

• Üye kartı indirimleri

Takip ettiğin toplulukların anlaşmalı işletme indirimlerinden yararlan



Ücretsiz keşfet

QR kodu okutun ya da uniconnectly.com adresine girin.



Diğer yapılarımız

UniConnectly gibi bunlar da bizim yapılarımız. Bu belgeyi ücretsiz sunuyoruz; yapılarımızı keşfetmeniz ve çevrenizle paylaşmanız, bu çalışmaları sürdürmemiz için en büyük destektir.



Eđitim fakóltesi ve öğretmenlik düşünöner için: bölüm rehberleri, öğretmenlik mesleği ve eğitim teknolojileri üzerine kaynaklı yazılar.

bote.web.tr



Hayvanseverlerin sosyal medyası ve veteriner akıllı klinik yönetim uygulaması.

veterito.com