

Limit, Türev, İntegral

AYT

Bileşke Fonksiyonun Türevi: Zincir Kuralı

Zincir kuralı, iç içe yerleştirilmiş fonksiyonların, yani bileşke fonksiyonların türevini verir: dıştaki fonksiyonun türevi içteki ifadede hesaplanır ve içteki fonksiyonun türeviyle çarpılır. Türev alınan fonksiyonların çoğu bileşke olduğu için en sık kullanılan kurallardan biridir. Bu yazıda kuralın mantığını ve dişli benzetmesini, iç ve dış fonksiyonu belirlemeyi, kuvvet, kök, trigonometrik, üstel ve logaritmik zincirleri, üç katlı bileşkeleri, değerleri verilen fonksiyonlarla hesabı, zincirin çarpım ve bölüm kurallarıyla birlikte kullanımını, ters fonksiyonun türevini, kapalı türevi ve ilişkili oran problemlerini çözümlü örneklerle ele alıyoruz.

AÇ Ahmet Çelen

Bileşke Fonksiyonun Türevi: Zincir Kuralı

İç içe değişimlerin birbirini nasıl etkilediğini adım adım kavrayın.

BELGE BİLGİLERİ

Belge kodu	AC-042
Yazı no	42
Sürüm	1.0
Sürüm tarihi	28 Eylül 2026
İçerik izi	3A96 BC5E 7F24
Yayımlayan	ahmetcelen.com.tr

GÜNCELLEK KONTROLÜ

Bu belgeyi kullanmadan veya paylaşmadan önce güncelliğinden emin olunuz. QR kodu okutun ya da adrese girin: elinizdeki sürümün güncel olup olmadığını ve sonradan düzeltilen bir hata bulunup bulunmadığını gösterir.

ahmetcelen.com.tr/d/ac-042/1-0/

Hatalar düzeltildikçe yeni sürüm yayımlanır; bütün değişiklikler sitede sürüm geçmişiyle listelenir.



Güncelliği kontrol et

Bu belge tamamen ücretsizdir. Size satmaya çalışanlara itibar etmeyiniz.

İÇİNDEKİLER

1. Zincir kuralı nedir?
2. Neden özel bir kural gerekir?
3. Zincir kuralı
4. Kural nereden gelir?
5. Dişli benzetmesi
6. İç ve dış fonksiyonu belirlemek
7. Kuvvet zinciri
8. Kök zinciri
9. Kesirli kuvvetler
10. Mutlak değer ve zincir
11. Trigonometrik zincir
12. Trigonometrik fonksiyonun kuvveti
13. Üstel zincir
14. Logaritmik zincir
15. Üç katlı zincir
16. Titreşimde iç katsayı
17. Değerleri verilen bileşke
18. İç doğrusal bileşke
19. Zincir ve çarpım birlikte
20. Zincir ve bölüm birlikte
21. Ters fonksiyonun türevi
22. Kapalı türev
23. İlişkili oranlar: şişen balon
24. İlişkili oranlar: kayan merdiven
25. Zincirin adımları
26. Sınavda zincir kuralı
27. Sık yapılan hatalar
28. Hap bilgi özeti
29. Sık sorulanlar
30. Kontrol listesi

Zincir kuralı nedir?

❏ ÖNCE ŞUNLARI BİL

Bu yazıyı daha rahat anlamak için bileşke fonksiyonu ve temel türev kurallarını biliyor olman yeterli.

Temel bilgiler için [Bileşke Fonksiyon](#) ve [Türev Alma Kuralları](#) yazılarına göz at.

$(3x + 1)^5$, $\sin(x^2)$ ya da e^{2x} gibi fonksiyonlarda bir fonksiyonun içine başka bir fonksiyon yerleştirilmiştir. Bu tür fonksiyonlara bileşke fonksiyon denir ve türevleri **zincir kuralı** ile alınır. Kural adını, türevlerin birbirine zincir halkaları gibi eklenmesinden alır.

Kapaktaki öğrenci büyük bir çarkı çeviriyor; çark küçük bir dişliyi, dişli de bir kaydırıcıyı hareket ettiriyor. Kaydırıcının hızı, çarkın hızına iki aktarma oranı üzerinden bağlıdır. Zincir kuralı bu aktarma oranlarının birbiriyle çarpılmasından ibarettir.

Neden özel bir kural gerekir?

Bileşke bir fonksiyonun türevini, içteki ifadeyi tek bir değişken gibi görerek almak yanlış sonuç verir. Hatayı açılabilen basit bir örnekle görmek mümkündür.

✍ ÖRNEK

$h(x) = (2x + 1)^2$ fonksiyonu verilsin.

Türevini açarak bulalım ve yanlış yöntemle karşılaştıralım.

Açarak: $h(x) = 4x^2 + 4x + 1$ ve $h'(x) = 8x + 4 = 4(2x + 1)$ olur.

İçteki ifadeyi değişken sayarak bulunan $2(2x + 1)$ sonucu yarı yarıya eksiktir; eksik olan çarpan, içteki ifadenin türevi olan 2 dir.

Zincir kuralı bu eksik çarpanı sistemli olarak ekler. İçteki ifade x ten daha hızlı ya da daha yavaş değişiyorsa, dıştaki fonksiyonun değişim hızı bu oranla çarpılmalıdır. Örnekte içteki ifade x in iki katı hızla değiştiği için türev de iki katına çıkar.

Zincir kuralı

f ve g türevli olsun. $f(g(x))$ bileşkesinin türevi, dıştaki fonksiyonun türevinin içteki ifadede hesaplanıp içteki fonksiyonun türeviyle çarpılmasıdır:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

İçteki ifade $u = g(x)$ ve dıştaki $y = f(u)$ yazılırsa aynı kural oran gösterimiyle çok akılda kalıcı bir biçim alır: $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$. Sanki du ler sadeleşiyormuş gibi görünür; bu görünüm kuralı hatırlamayı kolaylaştırır.

HAP BİLGİ

Dışın türevi, içi değiştirmeden; sonra içteki fonksiyonun türeviyle çarp.

İçteki ifade dıştaki türevin içinde aynen kalır.

Kural nereden gelir?

x küçük bir Δx kadar değişince içteki $u = g(x)$ ifadesi Δu kadar, dıştaki $y = f(u)$ ise Δy kadar değişir. Bu değişimlerin oranı cebirsel olarak şöyle yazılabilir: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta u} \cdot \frac{\Delta u}{\Delta x}$.

Δx sıfıra giderken Δu da sıfıra gider; çünkü türevli olan g süreklidir. Böylece iki oran sırasıyla $f'(u)$ ya ve $g'(x)$ e yaklaşır ve zincir kuralı elde edilir. Kesin ispatta Δu nun sıfır olduğu durumlar ayrıca ele alınır, ama fikir bu kadar basittir.

Dişli benzetmesi

Birinci dişli ikinciye üç kat hızlı, ikinci dişli de üçüncüyü iki kat hızlı döndürüyorsa, üçüncü dişli birinciden altı kat hızlı döner. Aktarma oranları toplanmaz, çarpılır.

Zincir kuralında da durum aynıdır: $\frac{du}{dx}$ içteki fonksiyonun x e göre aktarma oranı, $\frac{dy}{du}$ ise dıştaki fonksiyonun u ya göre aktarma oranıdır. Toplam oran bu ikisinin çarpımıdır. Kapaktaki çark, dişli ve kaydırıcı üçlüsü tam olarak böyle çalışır.

HAP BİLGİ

Gündelik hayatta

Bisikletin ön dişlisi 48, arka dişlisi 16 dişliyse pedalın her turunda arka tekerlek 3 kez döner, çünkü $\frac{48}{16} = 3$ olur.

İç içe geçen değişim oranları toplanmaz, çarpılır; zincir kuralı da bunu söyler.

İç ve dış fonksiyonu belirlemek

Zincir kuralının ilk adımı, fonksiyonda en son yapılan işlemi bulmaktır. x e bir değer verildiğinde en son uygulanan işlem dış fonksiyon, ondan önce yapılan hesap ise iç fonksiyondur:

Fonksiyon	Dış	İç
$(3x + 1)^5$	u^5	$3x + 1$
$\sin(x^2)$	$\sin u$	x^2
e^{2x}	e^u	$2x$
$\ln(x^2 + 1)$	$\ln u$	$x^2 + 1$
$\sqrt{1 - x^2}$	$\sqrt{u}$	$1 - x^2$

Dikkat edilmesi gereken bir fark vardır: $\sin(x^2)$ de dış fonksiyon sinüstür, $\sin^2 x$ te ise dış fonksiyon karedir ve iç fonksiyon sinüstür. Yazımdaki küçük fark türevi tamamen değiştirir.

Kuvvet zinciri

En sık karşılaşılan zincir, bir ifadenin kuvvetidir. Kuvvet kuralı dış fonksiyona uygulanır, sonra içteki ifadenin türeviyle çarpılır: $(g(x)^n)' = ng(x)^{n-1} \cdot g'(x)$.

ÖRNEK

$h(x) = (x^2 + 1)^3$ fonksiyonu verilsin.

Türevini ve $h'(1)$ değerini bulalım.

$$h'(x) = 3(x^2 + 1)^2 \cdot 2x = 6x(x^2 + 1)^2 \text{ olur.}$$

$$h'(1) = 6 \cdot 1 \cdot 4 = 24 \text{ bulunur.}$$

Aynı türev açarak da bulunabilirdi, ama kuvvet büyüdükçe açmak çok uzar. $(x^2 + 1)^{20}$ gibi bir ifadede zincir kuralı tek satırlık bir sonuç verir.

HAP BİLGİ

$$(g(x)^n)' = ng(x)^{n-1} \cdot g'(x) \text{ olur.}$$

Kök zinciri

Karekök, üssü bir bölü iki olan bir kuvvet olduğu için zincir kuralı aynı biçimde işler: $(\sqrt{g(x)})' = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$. İçteki ifadenin türevi paya, kökün kendisi paydaya gelir.

ÖRNEK

$h(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ fonksiyonu verilsin.

Türevini ve $h'(4)$ değerini bulalım.

$$h'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 9}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} \text{ olur.}$$

$$h'(4) = \frac{4}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} \text{ bulunur.}$$

Kesirli kuvvetler

Kök ile kuvvetin birleştiği ifadeler kesirli üslü yazılınca kuvvet zinciri doğrudan uygulanır. Sonuç, kök içeren sade bir ifadeye dönüştürülür.

ÖRNEK

$h(x) = (x^2 + 1)^{3/2}$ fonksiyonu verilsin.

Türevini bulalım.

$$h'(x) = \frac{3}{2}(x^2 + 1)^{1/2} \cdot 2x \text{ olur.}$$

Sadeleşince $h'(x) = 3x\sqrt{x^2 + 1}$ bulunur.

Mutlak değer ve zincir

Mutlak değer fonksiyonu $|x| = \sqrt{x^2}$ biçiminde yazılabilir. Bu yazım, zincir kuralıyla mutlak değer in türevini tek bir formülle vermeyi sağlar.

ÖRNEK

$h(x) = \sqrt{x^2}$ fonksiyonu verilsin, $x \neq 0$.

Türevini zincir kuralıyla bulalım.

$$h'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2}} = \frac{x}{|x|} \text{ olur.}$$

Türev pozitif x için 1, negatif x için -1 dir; sıfırda tanımsızdır ve bu, $|x|$ in köşesine karşılık gelir.

Trigonometrik zincir

Trigonometrik fonksiyonların içinde x ten farklı bir ifade varsa türevde bu ifadenin türevi çarpan olarak ortaya çıkar. İçteki ifade trigonometrik fonksiyonun içinde değişmeden kalır; yalnızca sinüs kosinüse, kosinüs eksi sinüse dönüşür.

ÖRNEK

$h(x) = \sin(x^2)$ ve $k(x) = \cos 3x$ fonksiyonları verilsin.

Türevlerini bulalım.

$$h'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x = 2x\cos(x^2) \text{ olur.}$$

$$k'(x) = -\sin 3x \cdot 3 = -3\sin 3x \text{ olur.}$$

Trigonometrik fonksiyonun kuvveti

$\sin^2 x$ gibi ifadelerde dış fonksiyon kuvvettir; bu yazım aslında $(\sin x)^2$ anlamına gelir. Önce kuvvet kuralı uygulanır, sonra içteki trigonometrik fonksiyonun türeviyle çarpılır.

ÖRNEK

$h(x) = \sin^2 x$ fonksiyonu verilsin.

Türevini bulup sadeleştirelim.

$$h'(x) = 2\sin x \cdot \cos x \text{ olur.}$$

İki kat açılı formülüyle $h'(x) = \sin 2x$ bulunur.

Aynı yolla $\cos^2 x$ in türevi $-2\cos x \sin x = -\sin 2x$ tir. İki türevin toplamı sıfırdır; bu, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ özdeşliğinin türevinin sıfır olmasıyla tutarlıdır.

Üstel zincir

$e^{g(x)}$ in türevi kendisi ile içteki ifadenin türevinin çarpımıdır: $(e^{g(x)})' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$. Üstel fonksiyon türevde aynen kalır, yanına içteki türev gelir.

ÖRNEK

$h(x) = e^{x^2}$ ve $k(x) = e^{-3x}$ fonksiyonları verilsin.

Türevlerini bulalım.

$$h'(x) = 2xe^{x^2} \text{ olur.}$$

$k'(x) = -3e^{-3x}$ olur; negatif katsayı, fonksiyonun azaldığını gösterir.

Tabanı e olmayan üstel fonksiyonlarda doğal logaritma da çarpan olarak eklenir:

$(a^{g(x)})' = a^{g(x)} \ln a \cdot g'(x)$. Örneğin 2^{3x} in türevi $3 \cdot 2^{3x} \ln 2$ dir.

HAP BİLGİ

$(e^{g(x)})' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$ olur; üstel ifade türevde aynen kalır.

Logaritmik zincir

$\ln g(x)$ in türevi, içteki ifadenin türevinin kendisine bölümüdür: $(\ln g(x))' = \frac{g'(x)}{g(x)}$. Bu kalıba logaritmik türev denir ve çok sık kullanılır.

ÖRNEK

$h(x) = \ln(x^2 + 1)$ fonksiyonu verilsin.

Türevini ve $h'(1)$ değerini bulalım.

$$h'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \text{ olur.}$$

$$h'(1) = \frac{2}{2} = 1 \text{ bulunur.}$$

Logaritmik türevin bir sonucu şudur: $\ln(kx)$ in türevi $\frac{k}{kx} = \frac{1}{x}$ dir; içteki sabit katsayı sadeleşir. Bu, $\ln(kx) = \ln k + \ln x$ eşitliğiyle de tutarlıdır.

⊞ HAP BİLGİ

$$\left(\ln g(x)\right)' = \frac{g'(x)}{g(x)} \text{ olur.}$$

Üç katlı zincir

Bazı fonksiyonlarda üç ya da daha fazla fonksiyon iç içedir. Zincir kuralı dıştan içe doğru her katta bir kez uygulanır ve bütün türevler çarpılır. Kat sayısı kadar çarpan olur; bir katı atlamak, sonucu o katın türevi kadar yanlış yapar.

✎ ÖRNEK

$h(x) = \sin^3(2x)$ fonksiyonu verilsin.

Türevini ve $h'\left(\frac{\pi}{8}\right)$ değerini bulalım.

Katlar dıştan içe kuvvet, sinüs ve $2x$ tir: $h'(x) = 3\sin^2(2x) \cdot \cos(2x) \cdot 2 = 6\sin^2(2x)\cos(2x)$.

$x = \frac{\pi}{8}$ de $2x = \frac{\pi}{4}$ olur; $h' = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ bulunur.

Titreşimde iç katsayı

Periyodik hareketlerde konum çoğu zaman $A\sin(\omega t)$ biçimindedir. Zincir kuralı gereği hızda ω çarpanı ortaya çıkar; bu yüzden daha hızlı titreşen bir cisim, aynı genlikte daha büyük hızlara ulaşır.

✎ ÖRNEK

Bir yayın ucundaki cismin konumu $y(t) = 3\sin 2t$ santimetre olsun.

Hız fonksiyonunu ve en büyük hızı bulalım.

$v(t) = 3\cos 2t \cdot 2 = 6\cos 2t$ olur.

Kosinüs en fazla 1 olduğundan en büyük hız 6 santimetre bölü saniyedir.

Değerleri verilen bileşke

Fonksiyonların kendileri yerine bazı değerleri verilmişse zincir kuralı bu değerlerle uygulanır. Önce içteki fonksiyonun değeri bulunur, sonra dıştaki türev o değerde hesaplanır.

✎ ÖRNEK

$g(1) = 3$, $g'(1) = 2$ ve $f'(3) = 5$ olsun.

$(f \circ g)'(1)$ değerini bulalım.

$(f \circ g)'(1) = f'(g(1)) \cdot g'(1) = f'(3) \cdot 2$ olur.

Sonuç $5 \cdot 2 = 10$ dur.

⚠ DİKKAT

Dıştaki türevi $f'(1)$ olarak almak.

Dıştaki türev, x te değil içteki fonksiyonun değerinde, yani $g(1) = 3$ te hesaplanır. Soruda $f'(1)$ verilmiş olsa bile bu değer kullanılmaz.

İçerideki bileşke

İçteki ifade $2x$, x^2 gibi basit bir ifade olduğunda da aynı kural geçerlidir: $(f(2x))' = 2f'(2x)$ ve $(f(x^2))' = 2xf'(x^2)$.

✎ ÖRNEK

$f'(4) = 3$ ve $f'(9) = -1$ olsun.

$f(2x)$ in $x = 2$ deki ve $f(x^2)$ nin $x = 3$ teki türevini bulalım.

$f(2x)$ için türev $2f'(2x)$ tir; $x = 2$ de $2f'(4) = 6$ olur.

$f(x^2)$ için türev $2xf'(x^2)$ dir; $x = 3$ te $6f'(9) = -6$ olur.

Zincir ve çarpım birlikte

Çarpanlardan biri bileşke fonksiyonsa çarpım kuralı uygulanırken o çarpanın türevi zincir kuralıyla alınır. Sonuç genellikle ortak payda ya da ortak çarpanla sadeleştirilir.

✎ ÖRNEK

$h(x) = x\sqrt{1-x^2}$ fonksiyonu verilsin.

Türevini bulup sadeleştirelim.

$$h'(x) = \sqrt{1-x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \sqrt{1-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} \text{ olur.}$$

Ortak paydayla $h'(x) = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ bulunur; türev $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ de sıfırdır.

Zincir ve bölüm birlikte

Bir bölümün kuvveti gibi ifadelerde önce dıştaki kuvvet için zincir kuralı, sonra içteki bölüm için bölüm kuralı uygulanır.

✎ ÖRNEK

$h(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right)^2$ fonksiyonu verilsin.

Türevini bulalım.

Dış türev $2\left(\frac{x}{x+1}\right)$, içteki bölümün türevi $\frac{1}{(x+1)^2}$ olur.

$$h'(x) = \frac{2x}{(x+1)^3} \text{ bulunur.}$$

Bölüm kuralının ayrıntısı için [Bölümün Türevi Nasıl Alınır?](#) yazısına bakabilirsiniz.

Ters fonksiyonun türevi

Zincir kuralı ters fonksiyonun türevini de verir. $f(f^{-1}(x)) = x$ eşitliğinin iki tarafının türevi alınırsa $f'(f^{-1}(x)) \cdot (f^{-1})'(x) = 1$ olur. Buradan ters fonksiyonun türevi, fonksiyonun türevinin tersidir:

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

ÖRNEK

$f(x) = x^3 + x$ fonksiyonu verilsin.

$(f^{-1})'(2)$ değerini bulalım.

$f(1) = 2$ olduğundan $f^{-1}(2) = 1$ dir; $f'(x) = 3x^2 + 1$ ve $f'(1) = 4$ olur.

$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{4}$ bulunur.

Bu yolla ters fonksiyonun formülünü bulmadan türevi hesaplanır. Ters fonksiyon kavramı için [Ters Fonksiyon](#) yazısına bakabilirsin.

Kapalı türev

Bazı eğriler $y = f(x)$ biçiminde değil, x ve y yi birlikte içeren bir denklemle verilir. Bu durumda denklemin iki tarafının türevi alınır ve y içeren her terimde zincir kuralı gereği y' çarpanı eklenir.

ÖRNEK

$x^2 + y^2 = 25$ çemberi verilsin.

$(3, 4)$ noktasındaki teğetin eğimini bulalım.

Türev alınınca $2x + 2y \cdot y' = 0$, yani $y' = -\frac{x}{y}$ olur.

$(3, 4)$ noktasında eğim $-\frac{3}{4}$ bulunur.

Sonuç geometriyle de uyumludur: çemberin teğeti yarıçapa diktir. Yarıçapın eğimi $\frac{4}{3}$ olduğundan teğetin eğimi $-\frac{3}{4}$ tür.

İlişkili oranlar: şişen balon

Zamanla değişen ve birbirine bağlı iki niceliğin değişim hızları zincir kuralıyla ilişkilendirilir. Bir niceliğin hızı biliniyorsa diğerininki hesaplanır. Bu tür sorulara ilişkili oran problemleri denir.

ÖRNEK

Küre biçimli bir balonun yarıçapı saniyede 0,1 cm artıyor.

Yarıçap 5 cm olduğunda hacmin artış hızını bulalım.

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ olduğundan $\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$ olur.

$4\pi \cdot 25 \cdot 0,1 = 10\pi$ santimetreküp bölü saniye bulunur.

Aynı yarıçap artışı, balon büyüdükçe hacmi daha hızlı artırır; çünkü hız r^2 ile orantılıdır.

İlişkili oranlar: kayan merdiven

Duvara dayalı bir merdivenin alt ucu duvardan uzaklaştıkça üst ucu aşağı kayar ve iki hız birbirine bağlıdır. Merdivenin boyu sabit olduğu için iki uç arasındaki ilişki Pisagor bağıntısıyla verilir ve zincir kuralıyla iki hız bağlanır.

ÖRNEK

10 m uzunluğundaki merdivenin alt ucu duvardan saniyede 1 m uzaklaşıyor.

Alt uç duvardan 6 m uzaktayken üst ucun kayma hızını bulalım.

$x^2 + y^2 = 100$ ve $x = 6$ iken $y = 8$ dir; türev alınınca $2xx' + 2yy' = 0$ olur.

$y' = -\frac{xx'}{y} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$ m bölü saniye bulunur; üst uç aşağı kaymaktadır.

Zincirin adımları

Karmaşık bir bileşkede işlemi sistemli yürütmek hataları önler ve hiçbir katın atlanmamasını sağlar. Aşağıdaki adımlar her zincir problemi için kullanılabilir:

Adım	İşlem
1	En son yapılan işlemi, yani dış fonksiyonu bul
2	Dış fonksiyonun türevini al, içi aynen bırak
3	İçteki fonksiyonun türevini al
4	İç de bileşkeyse aynı adımları tekrarla
5	Bütün türevleri çarp ve sadeleştir

Sınavda zincir kuralı

SINAVDA NASIL ÇIKAR

İleri düzeyde (AYT) zincir kuralı; kuvvet, kök, üstel, logaritmik ve trigonometrik bileşkekelerin türevi, değerleri verilen fonksiyonlarla bileşke türevi ve ters fonksiyonun türevi biçiminde karşına çıkabilir.

Zincir kuralı, teğet, ekstremum ve ilişkili oran sorularının da içinde yer alır.

Bileşke sorusunda önce içteki fonksiyonun değerini hesapla, sonra dıştaki türevi o değerde bul. $(f \circ g)'(a)$ sorularındaki en sık hata, dıştaki türevi a da hesaplamaktır.

Sık yapılan hatalar

Hata	Doğrusu
İçteki türevi unutmak	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$
$(f \circ g)'(a) = f'(a)g'(a)$	$f'(g(a))g'(a)$
$(e^{3x})' = e^{3x}$	$3e^{3x}$
$(\sin 2x)' = \cos 2x$	$2\cos 2x$
$\sin^2 x$ ile $\sin(x^2)$ yi karıştırmak	Dış fonksiyonlar farklı
Kapalı türevde y nin yanına y' koymamak	Zincir kuralı gereği eklenir

En yaygın hata içteki türevi unutmaktır. Bir türev aldıktan sonra içteki ifadenin türevinin 1 olup olmadığına bakmak bu hatayı önler; yalnızca iç ifade x ise çarpan 1 dir.

Hap bilgi özeti

- 1 Dışın türevi, içi değiştirmeden; sonra içteki fonksiyonun türeviyle çarp.
İçteki ifade dıştaki türevin içinde aynen kalır.

- 2 **Gündelik hayatta**
Bisikletin ön dişlisi 48, arka dişlisi 16 dişliyse pedalın her turunda arka tekerlek 3 kez döner, çünkü $\frac{48}{16} = 3$ olur.
İç içe geçen değişim oranları toplanmaz, çarpılır; zincir kuralı da bunu söyler.

- 3 $(g(x)^n)' = ng(x)^{n-1} \cdot g'(x)$ olur.

- 4 $(e^{g(x)})' = e^{g(x)} \cdot g'(x)$ olur; üstel ifade türevde aynen kalır.

- 5 $(\ln g(x))' = \frac{g'(x)}{g(x)}$ olur.

Sık sorulanlar

Zincir kuralı nedir?

Bileşke fonksiyonun türevini veren kuraldır: dıştaki fonksiyonun türevi içteki ifadede hesaplanır ve içteki fonksiyonun türeviyle çarpılır.

$(3x + 1)$ üzeri 5 in türevi nedir?

Zincir kuralıyla $5(3x + 1)$ üzeri 4 çarpı 3, yani $15(3x + 1)$ üzeri 4 tür.

e üzeri x kare nin türevi nedir?

$2x$ çarpı e üzeri x kare dir. Üstel fonksiyon aynen kalır, yanına içteki ifadenin türevi gelir.

In $g(x)$ in türevi nedir?

g üssü x bölü $g(x)$ tir. Bu kalıba logaritmik türev denir.

sin kare x ile $\sin(x \text{ kare})$ nin türevleri aynı mı?

Hayır. $\sin$ kare x in türevi $\sin 2x$, $\sin(x \text{ kare})$ nin türevi $2x \cos(x \text{ kare})$ dir; dış fonksiyonlar farklıdır.

Ters fonksiyonun türevi nasıl bulunur?

Ters fonksiyonun bir noktadaki türevi, fonksiyonun karşılık gelen noktadaki türevinin çarpmaya göre tersidir.

Kapalı türev nedir?

x ve y yi birlikte içeren bir denklemin iki tarafının türevi alınır. y li her terimde zincir kuralı gereği y üssü çarpanı eklenir ve y üssü yalnız bırakılır.

İlişkili oran problemi nasıl çözülür?

Nicelikler arasındaki bağıntı yazılır, iki tarafın zamana göre türevi alınır ve bilinen hız yerine konarak istenen hız bulunur.

☰ Kontrol listesi

- ☐ Bileşke fonksiyonda iç ve dış fonksiyonu belirleyebiliyorum.
- ☐ Zincir kuralını her iki gösterimle yazabiliyorum.
- ☐ Kuvvet ve kök zincirlerinin türevini alabiliyorum.
- ☐ Trigonometrik zincirleri ve trigonometrik kuvvetleri türevleyebiliyorum.
- ☐ Üstel ve logaritmik zincirlerin türevini bulabiliyorum.
- ☐ Üç katlı bileşkelerde zinciri sırayla uygulayabiliyorum.
- ☐ Değerleri verilen fonksiyonlarla bileşke türevini hesaplayabiliyorum.
- ☐ Zinciri çarpım ve bölüm kurallarıyla birlikte kullanabiliyorum.
- ☐ Ters fonksiyonun türevini ve kapalı türevi bulabiliyorum.
- ☐ İlişkili oran problemlerini çözebiliyorum.

Bu belge hakkında. Bu PDF, ahmetcelen.com.tr'deki [Bileşke Fonksiyonun Türevi: Zincir Kuralı](#) yazısının AC-042 kodlu belgesinin 1.0 sürümüdür.

Sürüm geçmişi ve değişiklikler: [ahmetcelen.com.tr/d/ac-042/](#). Güncel sürümü ve bütün konuların PDF'lerini [ahmetcelen.com.tr/pdf/](#) adresinde bulabilirsiniz. Elinizdeki dosyanın bizim yayımladığımız sürümle birebir aynı olup olmadığını [ahmetcelen.com.tr/d/](#) adresinde denetleyebilirsiniz; dosya cihazınızdan dışarı gönderilmez.

© 2026 ahmetcelen.com.tr · Eğitime Bir Tık Katkı

Üniversite ve kamu sınavlarına hazırlananlar için ücretsiz matematik kaynakları.
Bu belgenin güncel hâli ve çok daha fazlası sitede.



PDF merkezi

 **Konu anlatımları**
Baştan sona anlatım, hap bilgiler ve çözümlü örnekler
ahmetcelen.com.tr/blog/

 **PDF merkezi**
Her konunun güncel PDF'i, sürüm geçmişi ve belge doğrulama
ahmetcelen.com.tr/pdf/

 **Çıkış sorular**
TYT, AYT, MSÜ, DGS ve KPSS çıkmış soruları
ahmetcelen.com.tr/ss/

 **Sınav geri sayımları**
ÖSYM takvimine göre sınavlara kalan süre
ahmetcelen.com.tr/sinavlar/

 **Video çözümler**
Konu anlatımı ve soru çözüm videoları
ahmetcelen.com.tr/video/

 **Belge doğrulama**
Elinizdeki PDF'in güncel ve değiştirilmemiş olduğunu denetleyin
ahmetcelen.com.tr/d/



Üniversite topluluklarını, etkinlikleri ve şirketleri tek uygulamada buluşturan ücretsiz kampüs platformu.

- **Dijital portföy**
Katıldığın etkinlikleri ve sertifikalarını uniconnectly.com/@kullaniciadi adresinde herkese açık sergile
- **Sertifikalar**
Platformda verilen sertifikalar doğrulanmış işaretli, edu.tr e-postan onaylı
- **Topluluklar ve etkinlikler**
Üniversitendeki toplulukları ve takvimi tek ekranda gör, başvuru etkinliklere katıl
- **Doğrulanabilir katılım**
QR ile giriş yaptığın etkinlikler portföyünde doğrulanmış listelenir
- **Anlık fırsatlar**
Staj, iş ve burs duyuruları akışına düşer
- **Üye kartı indirimleri**
Takip ettiğin toplulukların anlaşmalı işletme indirimlerinden yararlan



Ücretsiz keşfet

QR kodu okutun ya da uniconnectly.com adresine girin.



Diğer yapılarımız

UniConnectly gibi bunlar da bizim yapılarımız. Bu belgeyi ücretsiz sunuyoruz; yapılarımızı keşfetmeniz ve çevrenizle paylaşmanız, bu çalışmaları sürdürmemiz için en büyük destektir.



Eđitim fakóltesi ve öđretmenlik düşünöner için:
bölüm rehberleri, öğretmenlik mesleği ve eğitim teknolojileri üzerine kaynaklı yazılar.

bote.web.tr



Hayvanseverlerin sosyal medyası ve veteriner akıllı klinik yönetim uygulaması.

veterito.com