

Limit, Türev, İntegral

AYT

Bölümün Türevi Nasıl Alınır?

İki fonksiyonun bölümünün türevi, türevlerin bölümü değildir. Bölüm kuralına göre payın türevi paydayla, pay paydanın türeviyle çarpılır, bu iki çarpımın farkı paydanın karesine bölünür. Bu yazıda türevlerin bölümünün neden yanlış olduğunu, bölüm kuralını ve çarpım kuralından ispatını, paydaki sıranın önemini, ters fonksiyon kuralını, doğrusal kesirler için kısa formülü, tanjant ve kotanjantın türevini, üstel, logaritmik ve trigonometrik bölümleri, önce sadeleştirmeyi, bölümün türevinin işaretini ve ortalama maliyet ile ilaç derişimi gibi uygulamaları çözümlü örneklerle ele alıyoruz.



BELGE BİLGİLERİ

Belge kodu	AC-041
Yazı no	41
Sürüm	1.0
Sürüm tarihi	28 Eylül 2026
İçerik izi	C0A4 1141 B570
Yayımlayan	ahmetcelen.com.tr

GÜNCELLEK KONTROLÜ

Bu belgeyi kullanmadan veya paylaşmadan önce güncelliğinden emin olunuz. QR kodu okutun ya da adrese girin: elinizdeki sürümün güncel olup olmadığını ve sonradan düzeltilen bir hata bulunup bulunmadığını gösterir.

ahmetcelen.com.tr/d/ac-041/1-0/

Hatalar düzeltildikçe yeni sürüm yayımlanır; bütün değişiklikler sitede sürüm geçmişinde listelenir.



Güncelliği kontrol et

Bu belge tamamen ücretsizdir. Size satmaya çalışanlara itibar etmeyiniz.

İÇİNDEKİLER

1. Bölümün türevi neden özel?
2. Bölüm kuralı
3. Kuralın ispatı
4. Kuralın sezgisel anlamı
5. Paydaki sıra neden önemli?
6. İlk örnek
7. Paydası ikinci dereceden bölüm
8. Doğrusal kesirler için kısa yol
9. Ters fonksiyon kuralı
10. Paydada kök
11. Pay ve paydada aynı ifade
12. Bir noktadaki türev değeri
13. Tanjant ve kotanjantın türevi
14. Tanjantın iki yazımı
15. Trigonometrik bölüm
16. Üstel fonksiyonlu bölüm
17. Logaritmik bölüm
18. Önce sadeleştirmek
19. Bölüm ve zincir birlikte
20. Bölüm kuralıyla teğet
21. Türevin işareti
22. Parametrelili bölüm
23. Bölümün ikinci türevi
24. Uygulama: ortalama maliyet
25. Uygulama: ilaç derişimi
26. Kural seçimi
27. Sınavda bölümün türevi
28. Sık yapılan hatalar
29. Hap bilgi özeti
30. Sık sorulanlar
31. Kontrol listesi

Bölümün türevi neden özel?

❏ ÖNCE ŞUNLARI BİL

Bu yazıyı daha rahat anlamak için temel türev kurallarını ve çarpım kuralını biliyor olman yeterli.

Temel bilgiler için [Türev Alma Kuralları](#) ve [Çarpımın Türevi Nasıl Alınır?](#) yazılarına göz at.

Çarpımın türevi türevlerin çarpımı olmadığı gibi, bölümün türevi de türevlerin bölümü değildir. Bunu en basit örnekle görmek mümkündür: $\frac{x^2}{x} = x$ olduğu için türev 1 dir; oysa türevlerin bölümü $\frac{2x}{1} = 2x$ olur. İki sonuç yalnızca $x = \frac{1}{2}$ de eşittir, genel olarak farklıdır.

Kapaktaki öğrenciler iki paralel raydaki kaydırıcıları tek bir oran çıkışına bağlayan bir düzeneği inceliyor. Üstteki kaydırıcı payı, alttaki paydayı temsil ediyor; ikisi birlikte hareket ettiğinde oranın nasıl değiştiği iki hareketin birleşik etkisine bağlı. Bölüm kuralı bu birleşik etkiyi tek bir formülle hesaplar.

Bölüm kuralı

f ve g türevli ve $g(x) \neq 0$ olsun. Bölümün türevi şu formülle bulunur:

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Kural sözle şöyle hatırlanır: payın türevi çarpı payda, eksi pay çarpı paydanın türevi, bölü paydanın karesi. Paydaki iki terim çarpım kuralındaki terimlerin aynısıdır; farkı, aralarındaki işaretin eksi olmasıdır.

⇒ HAP BİLGİ

Bölümün türevinde paydaki sıra önemlidir: önce payın türevi.

Payda her zaman paydanın karesidir ve pozitifdir.

Kuralın ispatı

Bölüm kuralı çarpım kuralından elde edilir. $q = \frac{f}{g}$ olsun; o hâlde $f = q \cdot g$ dir. Bu eşitliğin iki tarafının türevi alınırsa çarpım kuralına göre $f' = q' \cdot g + q \cdot g'$ olur.

Bu denklemden q' yalnız bırakılır: $q' = \frac{f' - q \cdot g'}{g}$. Son olarak q yerine $\frac{f}{g}$ yazılıp pay ve payda g ile çarpılınca $q' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ bulunur. Böylece bölüm kuralı, çarpım kuralının doğal bir sonucu olarak ortaya çıkar.

Kural doğrudan türevin tanımından da ispatlanabilir, ama bu yol daha uzundur. İspatın bu biçimi, kuralı unutan birinin onu çarpım kuralından birkaç satırda yeniden kurabileceğini de gösterir.

Kuralın sezgisel anlamı

Bir kesrin payı büyürse kesir büyür, paydası büyürse kesir küçülür. Bölüm kuralındaki iki terim bu iki etkiyi ayrı ayrı ölçer: $f'g$ terimi payın büyümesinin artırıcı etkisini, $-fg'$ terimi ise paydanın büyümesinin azaltıcı etkisini gösterir.

İki etki birbirine eşitse türev sıfır olur ve oran o an değişmez. Paydadaki g^2 ise etkilerin paydanın büyüklüğüne göre ölçeklenmesinden gelir: büyük bir paydaya bölünen kesirde küçük değişimler oranı daha az etkiler.

Paydaki sıra neden önemli?

Çarpım kuralında terimlerin sırası önemsizdir, çünkü toplama değişmelidir. Bölüm kuralında ise terimler arasında eksi işareti vardır ve sıra değişirse sonucun işareti ters döner.

⚠ DİKKAT

Paydaki terimleri $f'g - fg'$ sırasıyla yazmak.

Bu yazım doğru sonucun tam tersini verir. Sıra, önce payın türeviyle başlayacak biçimde yazılmalıdır. Emin olunamadığında $\frac{x}{1}$ gibi basit bir bölümle denemek doğru sırayı gösterir: sonuç 1 çıkmalıdır.

İlk örnek

Kuralın uygulanışı her zaman aynı adımlarla yürür: pay ve payda ayrı ayrı adlandırılır, türevleri yazılır, formüle yerleştirilir ve pay sadeleştirilir. Payda genellikle açılmadan kare olarak bırakılır.

ÖRNEK

$h(x) = \frac{x+1}{x-1}$ fonksiyonu verilsin.

Türevini bulalım.

$$f = x + 1, g = x - 1 \text{ ve } f' = g' = 1 \text{ olur: } h'(x) = \frac{1 \cdot (x-1) - (x+1) \cdot 1}{(x-1)^2}.$$

$$\text{Pay } -2 \text{ ye sadeleşir: } h'(x) = -\frac{2}{(x-1)^2}.$$

Türev her $x \neq 1$ için negatiftir; bu yüzden fonksiyon $x = 1$ in solunda da sağında da azalandır. Paydanın kare olması, türevin işaretini yalnızca payın belirlediğini gösterir.

Paydası ikinci dereceden bölüm

Paydanın türevi birinci dereceden bir ifadeyse paydaki çarpımlar biraz daha uzun olur. Yine de açıp sadeleştirmek genellikle kısa bir ifade verir.

ÖRNEK

$h(x) = \frac{x}{x^2+1}$ fonksiyonu verilsin.

Türevini ve türevin sıfır olduğu noktaları bulalım.

$$h'(x) = \frac{1 \cdot (x^2+1) - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} \text{ olur.}$$

Pay $x = -1$ ve $x = 1$ de sıfırdır; türev bu iki noktada sıfır olur.

Payda hiçbir zaman sıfır olmadığı için bu fonksiyon her yerde türevlidir. Türevin -1 ile 1 arasında pozitif, dışında negatif olması, fonksiyonun $x = 1$ de en büyük, $x = -1$ de en küçük değerini aldığını gösterir.

Doğrusal kesirler için kısa yol

Pay ve paydası birinci dereceden olan $\frac{ax+b}{cx+d}$ biçimindeki kesirlerde, bölüm kuralı uygulandığında x li terimler birbirini götürür ve pay her zaman sabit bir sayıya sadeleşir. Bu sayı katsayılarından doğrudan hesaplanır:

$$\left(\frac{ax+b}{cx+d} \right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

ÖRNEK

$h(x) = \frac{2x+3}{x+4}$ fonksiyonu verilsin.

Türevini kısa yolla bulalım.

$a = 2, b = 3, c = 1, d = 4$ olduğundan $ad - bc = 8 - 3 = 5$ olur.

$$h'(x) = \frac{5}{(x+4)^2} \text{ bulunur; fonksiyon her iki aralıkta da artandır.}$$

HAP BİLGİ

$\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ olur; pay her zaman sabittir.

Ters fonksiyon kuralı

Payı sabit olan bölümler için kural kısalır. $f = 1$ alınırsa $f' = 0$ olur ve birinci terim kaybolur. Pay başka bir sabitse sonuç o sabitle çarpılır:

$$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$$

ÖRNEK

$h(x) = \frac{1}{x^2+1}$ fonksiyonu verilsin.

Türevini bulalım.

$g = x^2 + 1$ ve $g' = 2x$ olur.

$h'(x) = -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$ bulunur.

Aynı sonuç zincir kuralıyla da bulunur: $(x^2 + 1)^{-1}$ in türevi $-(x^2 + 1)^{-2} \cdot 2x$ tir. İki yolun aynı sonucu vermesi kuralların tutarlılığını gösterir.

HAP BİLGİ

$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$ olur.

Paydada kök

Payı sabit ve paydada kök olan kesirlerde ters fonksiyon kuralı ya da negatif kesirli üs kullanılır. İki yol da aynı sonucu verir ve sonuç çoğu zaman kök içeren bir kesir olarak yazılır.

ÖRNEK

$h(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ fonksiyonu verilsin, $x > 0$.

Türevini iki yoldan bulalım.

Ters fonksiyon kuralıyla $-\frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$ olur.

Üslü yazımla $h(x) = x^{-1/2}$ ve $h'(x) = -\frac{1}{2}x^{-3/2}$ olur; iki sonuç aynıdır.

Pay ve paydada aynı ifade

Pay ve paydada benzer ifadeler bulunuyorsa kesir önce bir sabit ile daha basit bir kesrin farkı olarak yazılabilir. Bu dönüşüm türevi kısaltır ve bölüm kuralıyla bulunan sonucu denetlemeye yarar.

ÖRNEK

$h(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ fonksiyonu verilsin.

Türevini iki yoldan bulalım.

Bölüm kuralıyla $\frac{2x(x^2 + 1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$ olur.

$h(x) = 1 - \frac{1}{x^2 + 1}$ yazılırsa ters fonksiyon kuralıyla da $\frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$ bulunur.

Bir noktadaki türev değeri

Fonksiyonların kendileri yerine bir noktadaki değerleri ve türev değerleri verilirse bölüm kuralı bu dört sayıyla doğrudan uygulanır.

ÖRNEK

$f(1) = 2, f'(1) = 3, g(1) = 4$ ve $g'(1) = -1$ olsun.

$\left(\frac{f}{g}\right)'(1)$ değerini bulalım.

$\frac{f'(1)g(1) - f(1)g'(1)}{g(1)^2} = \frac{3 \cdot 4 - 2 \cdot (-1)}{16}$ olur.

$\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$ bulunur.

Bu tür sorularda işaret hatası sık yapılır: $g'(1)$ negatif olduğu için paydaki ikinci terim çıkarılırken işaret artıya döner.

Tanjant ve kotanjantın türevi

Tanjant ve kotanjantın türevleri bölüm kuralının en önemli uygulamalarıdır. İkisi de temel özdeşlik $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ile sadeleşir.

ÖRNEK

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ve $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ yazılsın.

Türevlerini bulalım.

$(\tan x)' = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$ olur.

$(\cot x)' = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}$ olur.

Tanjantın türevi her yerde pozitiftir; bu yüzden tanjant tanımlı olduğu her aralıkta artandır. Kotanjantın türevi ise her yerde negatiftir ve kotanjant her aralıkta azalandır.

Tanjantın iki yazımı

Tanjantın türevi iki farklı biçimde yazılır: $\frac{1}{\cos^2 x}$ ve $1 + \tan^2 x$. İki biçim eşittir; çünkü $1 + \tan^2 x$ ifadesinde paydalar eşitlenince $\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$ olur.

Soruda tanjant değerleri verilmişse ikinci biçim, kosinüs değerleri verilmişse birinci biçim işi kısaltır. Örneğin $x = \frac{\pi}{4}$ de $\tan x = 1$ olduğundan türev $1 + 1 = 2$ dir; $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ile birinci biçim de $\frac{1}{1/2} = 2$ verir.

Trigonometrik bölüm

Sinüsün x e bölümü gibi ifadelerde bölüm kuralı, türevin pay ve paydasını ayrı ayrı yorumlamaya elverişli bir biçim verir. Bu fonksiyon limit konusunda da önemlidir; sıfırdaki limiti 1 dir ama o noktada tanımsızdır.

ÖRNEK

$h(x) = \frac{\sin x}{x}$ fonksiyonu verilsin, $x \neq 0$.

Türevini ve $h'(\pi)$ değerini bulalım.

$$h'(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} \text{ olur.}$$

$$h'(\pi) = \frac{\pi \cdot (-1) - 0}{\pi^2} = -\frac{1}{\pi} \text{ bulunur.}$$

Üstel fonksiyonlu bölüm

Payda ya da paydada üstel fonksiyon varsa, türevde bu fonksiyon ortak çarpan olarak ortaya çıkar. Ortak çarpan alınınca türevin sıfırları kolayca görülür; üstel fonksiyon hiçbir zaman sıfır olmadığı için yalnızca kalan çarpana bakılır.

ÖRNEK

$h(x) = \frac{e^x}{x}$ fonksiyonu verilsin, $x \neq 0$.

Türevini ve türevin sıfır olduğu noktayı bulalım.

$$h'(x) = \frac{e^x \cdot x - e^x \cdot 1}{x^2} = \frac{e^x(x-1)}{x^2} \text{ olur.}$$

e^x hiç sıfır olmadığı için türev yalnızca $x = 1$ de sıfırdır.

Logaritmik bölüm

Logaritmanın bir polinoma bölümünde logaritmanın türevi olan $\frac{1}{x}$ paydaki x ile sadeleşir. Sonuç, logaritmayı içeren kısa bir pay verir. Logaritma yalnızca pozitif sayılarda tanımlı olduğu için bu fonksiyonlar $x > 0$ için incelenir.

ÖRNEK

$h(x) = \frac{\ln x}{x}$ fonksiyonu verilsin, $x > 0$.

Türevini ve türevin sıfır olduğu noktayı bulalım.

$$h'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2} \text{ olur.}$$

$\ln x = 1$ ise $x = e$ bulunur; fonksiyon en büyük değerini bu noktada alır ve bu değer $\frac{1}{e}$ dir.

Önce sadeleştirmek

Bölüm kuralı her kesirde zorunlu değildir. Pay ve payda ortak çarpan içeriyorsa önce sadeleştirmek, paydası tek terimliyse terimlere ayırmak ve paydası yalnızca bir kuvvet olan kesirleri negatif üslü yazmak çok daha kısadır.

ÖRNEK

$h(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ ve $k(x) = \frac{5}{x^3}$ fonksiyonları verilsin.

Türevlerini en kısa yoldan bulalım.

$x \neq 1$ için $h(x) = x + 1$ olduğundan $h'(x) = 1$ olur.

$k(x) = 5x^{-3}$ olduğundan $k'(x) = -15x^{-4} = -\frac{15}{x^4}$ olur.

Bölüm ve zincir birlikte

Pay ya da paydada kök veya kuvvet bulunuyorsa o parçanın türevi zincir kuralıyla alınır ve bölüm kuralına yerleştirilir. Sonuç, paydaki kesirler ortak paydada birleştirilerek sadeleştirilir.

ÖRNEK

$h(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ fonksiyonu verilsin.

Türevini bulup sadeleştirelim.

$$h'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(x+1) - \sqrt{x}}{(x+1)^2} \text{ olur.}$$

Pay ortak paydayla $\frac{1-x}{2\sqrt{x}}$ olur; $h'(x) = \frac{1-x}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$ ve $h'(1) = 0$ bulunur.

Zincir kuralının ayrıntısı için [Bileşke Fonksiyonun Türevi: Zincir Kuralı](#) yazısına bakabilirsiniz.

Bölüm kuralıyla teğet

Kesirli bir eğrinin teğet doğrusu, bölüm kuralıyla bulunan eğim ve fonksiyon değeriyle yazılır. Nokta ve eğim bilindiğinde doğru denklemi tek adımda bulunur.

ÖRNEK

$y = \frac{x+1}{x-1}$ eğrisi ve $x = 2$ noktası verilsin.

Bu noktadaki teğet denklemini bulalım.

$$y(2) = 3 \text{ ve } y'(2) = -\frac{2}{1} = -2 \text{ olur.}$$

Teğet $y - 3 = -2(x - 2)$, yani $y = -2x + 7$ olur.

Teğet denklemi için daha fazla örnek [Türevde Teğet Denklemi Nasıl Bulunur?](#) yazısında.

Türevin işareti

Bölüm kuralında payda bir kare olduğu için tanımlı olduğu her yerde pozitifdir. Bu yüzden türevin işaretini yalnızca pay belirler ve işaret tablosu yalnızca paya bakılarak yapılır.

Örneğin $\frac{x}{x^2+1}$ in türevinin payı $1 - x^2$ dir: -1 ile 1 arasında pozitif, dışında negatiftir. Doğrusal kesirlerde ise pay sabit olduğu için türev her yerde aynı işaretlidir ve fonksiyon her aralıkta ya hep artar ya hep azalır.

HAP BİLGİ

Bölüm kuralında payda bir kare olduğu için türevin işaretini yalnızca pay belirler.

Parametrelili bölüm

Payda ya da payda bir bilinmeyen varsa ve bir noktadaki türev değeri verilmişse, bölüm kuralı uygulanıp nokta yerine yazılır ve bilinmeyen bulunur.

ÖRNEK

$$h(x) = \frac{ax+1}{x+2} \text{ ve } h'(0) = \frac{5}{4} \text{ olsun.}$$

a değerini bulalım.

$$\text{Kısa yolla } h'(x) = \frac{2a-1}{(x+2)^2} \text{ olur; } h'(0) = \frac{2a-1}{4}.$$

$2a - 1 = 5$ denkleminde $a = 3$ bulunur.

Bölümün ikinci türevi

İkinci türev için bölüm kuralı ikinci kez uygulanır. Sonuç çoğu zaman uzundur; bu yüzden mümkünse ifade önce negatif üslü biçime çevrilir ya da birinci türev sadeleştirildikten sonra ikinci kez türev alınır.

ÖRNEK

$$h(x) = \frac{1}{x} \text{ fonksiyonu verilsin.}$$

İkinci türevini bulalım.

$$h'(x) = -\frac{1}{x^2} = -x^{-2} \text{ olur.}$$

$$h''(x) = 2x^{-3} = \frac{2}{x^3} \text{ bulunur.}$$

Uygulama: ortalama maliyet

Toplam maliyetin üretim miktarına bölümü birim başına ortalama maliyeti verir ve bir bölüm olduğu için türevi bölüm kuralıyla alınır. Ortalama maliyetin türevi, üretim arttıkça birim maliyetin nasıl değiştiğini gösterir.

ÖRNEK

Toplam maliyet $C(x) = 100 + 5x$ TL olsun; ortalama maliyet $A(x) = \frac{100 + 5x}{x}$ tir.

Ortalama maliyetin türevini bulalım ve yorumlayalım.

Kısa yolla $A'(x) = \frac{5 \cdot 0 - 100 \cdot 1}{x^2} = -\frac{100}{x^2}$ olur.

Türev her zaman negatiftir; üretim arttıkça sabit maliyet daha çok birime bölündüğü için birim maliyet düşer.

HAP BİLGİ

Gündelik hayatta

Fiyatı 4000 lira olan bir yazıcıda sayfa başına mürekkep maliyeti 0,5 lira ise x sayfadan sonra sayfa başına ortalama maliyet $\frac{4000 + 0,5x}{x}$ lira olur.

Bu ifadenin türevi $-\frac{4000}{x^2}$ her zaman negatiftir; çok yazdırdıkça sayfa başına maliyet düşer.

Uygulama: ilaç derişimi

Kandaki ilaç derişimi bazı modellerde bir bölümle ifade edilir. Türevin sıfır olduğı an, derişimin en yüksek olduğı andır.

ÖRNEK

Derişim $c(t) = \frac{5t}{t^2 + 1}$ miligram bölü litre olsun; t saat cinsindendir.

Derişimin en yüksek olduğı anı ve değeri bulalım.

$c'(t) = \frac{5(t^2 + 1) - 5t \cdot 2t}{(t^2 + 1)^2} = \frac{5(1 - t^2)}{(t^2 + 1)^2}$ olur; türev $t = 1$ de sıfırdır.

Derişim ilk bir saatte artar, sonra azalır; en yüksek değeri $c(1) = 2,5$ miligram bölü litredir.

Kural seçimi

Kesir	Önerilen yol
Pay ve payda ortak çarpanlı	Önce sadeleştir
Payda tek terim	Terimlere ayır
$\frac{c}{x^n}$	Negatif üslü kuvvet kuralı
$\frac{ax + b}{cx + d}$	$\frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$
$\frac{1}{g}$	$-\frac{g'}{g^2}$
Diğer bölümler	Bölüm kuralı

Hangi yol seçilirse seçilsin sonuç aynıdır. Yol seçimi yalnızca işlem uzunluğunu ve hata olasılığını değiştirir.

Sınavda bölümün türevi

📖 SINAVDA NASIL ÇIKAR

İleri düzeyde (AYT) bölümün türevi; fonksiyon değerleri verilen sorular, doğrusal kesirler, tanjantın türevi ve bir noktadaki türev değeri biçiminde karşına çıkabilir.

Bölüm kuralı ekstremum ve artan azalan sorularında da sık kullanılır.

Doğrusal kesir görüyorsa $ad - bc$ kısa yolunu kullan. Türevin işareti soruluyorsa paydayı hesaplamaya gerek yok; payda karedir ve pozitifdir, işareti yalnızca pay belirler.

Sık yapılan hatalar

Hata	Doğrusu
$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'}{g'}$	Bölüm kuralı kullanılır
Payda $fg' - f'g$ yazmak	$f'g - fg'$
Paydayı g bırakmak	Payda g^2 dir
Paydakieksiyi dağıtmayı unutmak	Parantez açılırken işaret değişir
Önce sadeleştirmeden kural uygulamak	Kısa yolu kaçırmak
Paydanın sıfır olduğu noktada türev yazmak	Orada fonksiyon tanımsız

En sık hata paydaki sıradır. Kuralı $\frac{x}{1}$ ile denemek hatayı hemen ortaya çıkarır: doğru sıra $\frac{1 \cdot 1 - x \cdot 0}{1} = 1$ verir.

🔑 Hap bilgi özeti

1 Bölümün türevinde paydaki sıra önemlidir: önce payın türevi.

Payda her zaman paydanın karesidir ve pozitifdir.

2 $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ olur; pay her zaman sabittir.

3 $\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$ olur.

4 Bölüm kuralında payda bir kare olduğu için türevin işaretini yalnızca pay belirler.

5 **Gündelik hayatta**

Fiyatı 4000 lira olan bir yazıcıda sayfa başına mürekkep maliyeti 0,5 lira ise x sayfadan sonra sayfa başına ortalama maliyet $\frac{4000 + 0,5x}{x}$ lira olur.

Bu ifadenin türevi $-\frac{4000}{x^2}$ her zaman negatiftir; çok yazdırdıkça sayfa başına maliyet düşer.

? Sık sorulanlar

Bölümün türevi nasıl alınır?

Payın türevi paydayla çarpılır, pay paydanın türeviyle çarpılır, bu iki çarpımın farkı paydanın karesine bölünür. Paydaki sıra önemlidir: önce payın türevi yazılır.

Bölümün türevi türevlerin bölümü müdür?

Hayır. x kare bölü x in türevi 1 iken türevlerin bölümü $2x$ olur.

$ax + b$ bölü $cx + d$ nin türevi nedir?

ad eksi bc bölü $(cx + d)$ nin karesidir. Pay sabit olduğu için türev her yerde aynı işaretlidir.

1 bölü g nin türevi nedir?

Eksi g üssü bölü g nin karesidir.

$\tan x$ in türevi bölüm kuralıyla nasıl bulunur?

$\tan x$, $\sin x$ bölü $\cos x$ olarak yazılır. Bölüm kuralı ve temel özdeşlikle türev 1 bölü $\cos^2 x$ çıkar.

Bölümün türevinin işaretini ne belirler?

Payda bir kare olduğu için pozitifdir. Türevin işaretini yalnızca pay belirler.

Bölüm kuralı ne zaman gereksizdir?

Kesir sadeleşiyorsa, paydası tek terimliyse ya da yalnızca x in bir kuvvetiyse önce sadeleştirmek, terimlere ayırmak ya da negatif üslü yazmak daha kısadır.

Bölüm kuralı nasıl ispatlanır?

Bölüm q ise f eşittir q çarpı g dir. Bu eşitliğe çarpım kuralı uygulanır ve q üssü yalnız bırakılınca bölüm kuralı elde edilir.

☰ Kontrol listesi

- ☐ Bölümün türevinin neden türevlerin bölümü olmadığını açıklayabiliyorum.
- ☐ Bölüm kuralını doğru sırayla yazabiliyorum.
- ☐ Bölüm kuralını çarpım kuralından ispatlayabiliyorum.
- ☐ Doğrusal kesirler için kısa formülü kullanabiliyorum.
- ☐ Ters fonksiyon kuralını uygulayabiliyorum.
- ☐ Değerleri verilen fonksiyonlarla bir noktadaki türevi hesaplayabiliyorum.
- ☐ Tanjant ve kotanjantın türevini bölüm kuralıyla bulabiliyorum.
- ☐ Üstel, logaritmik ve trigonometrik bölümlerin türevini alabiliyorum.

☐ Gerektiğinde önce sadeleştirip kısa yolu seçebiliyorum.

☐ Bölüm kuralını maliyet ve derişim problemlerinde kullanabiliyorum.

Bu belge hakkında. Bu PDF, ahmetcelen.com.tr'deki [Bölümün Türevi Nasıl Alınır?](#) yazısının AC-041 kodlu belgesinin 1.0 sürümüdür.

Sürüm geçmişi ve değişiklikler: [ahmetcelen.com.tr/d/ac-041/](#). Güncel sürümü ve bütün konuların PDF'lerini [ahmetcelen.com.tr/pdf/](#) adresinde bulabilirsiniz. Elinizdeki dosyanın bizim yayımladığımız sürümle birebir aynı olup olmadığını [ahmetcelen.com.tr/d/](#) adresinde denetleyebilirsiniz; dosya cihazınızdan dışarı gönderilmez.

© 2026 ahmetcelen.com.tr · Eğitime Bir Tık Katkı

Üniversite ve kamu sınavlarına hazırlananlar için ücretsiz matematik kaynakları.
Bu belgenin güncel hâli ve çok daha fazlası sitede.



PDF merkezi



Konu anlatımları

Baştan sona anlatım, hap bilgiler ve çözümlü örnekler
ahmetcelen.com.tr/blog/



PDF merkezi

Her konunun güncel PDF'i, sürüm geçmişi ve belge doğrulama
ahmetcelen.com.tr/pdf/



Çıkış sorular

TYT, AYT, MSÜ, DGS ve KPSS çıkmış soruları
ahmetcelen.com.tr/ss/



Sınav geri sayımları

ÖSYM takvimine göre sınavlara kalan süre
ahmetcelen.com.tr/sinavlar/



Video çözümler

Konu anlatımı ve soru çözüm videoları
ahmetcelen.com.tr/video/



Belge doğrulama

Elinizdeki PDF'in güncel ve değiştirilmemiş olduğunu denetleyin
ahmetcelen.com.tr/d/



Üniversite topluluklarını, etkinlikleri ve şirketleri tek uygulamada buluşturan ücretsiz kampüs platformu.

• Dijital portföy

Katıldığın etkinlikleri ve sertifikalarını
uniconnectly.com/@kullaniciadi adresinde herkese açık sergile

• Sertifikalar

Platformda verilen sertifikalar doğrulanmış işaretli, edu.tr e-postan onaylı

• Topluluklar ve etkinlikler

Üniversitendeki toplulukları ve takvimi tek ekranda gör, başvuru etkinliklere katıl

• Doğrulanabilir katılım

QR ile giriş yaptığın etkinlikler portföyünde doğrulanmış listelenir

• Anlık fırsatlar

Staj, iş ve burs duyuruları akışına düşer

• Üye kartı indirimleri

Takip ettiğin toplulukların anlaşmalı işletme indirimlerinden yararlan



Ücretsiz keşfet

QR kodu okutun ya da uniconnectly.com adresine girin.



Diğer yapılarımız

UniConnectly gibi bunlar da bizim yapılarımız. Bu belgeyi ücretsiz sunuyoruz; yapılarımızı keşfetmeniz ve çevrenizle paylaşmanız, bu çalışmaları sürdürmemiz için en büyük destektir.



Eğitim fakültesi ve öğretmenlik düşünenler için: bölüm rehberleri, öğretmenlik mesleği ve eğitim teknolojileri üzerine kaynaklı yazılar.

bote.web.tr



Hayvanseverlerin sosyal medyası ve veteriner akıllı klinik yönetim uygulaması.

veterito.com