

Limit, Türev, İntegral

AYT

# Türev Konu Anlatımı

Türev, bir fonksiyonun bir noktadaki anlık değişim hızıdır ve geometrik olarak grafiğin o noktadaki teğetinin eğimine eşittir. Hız, büyüme, maliyet ve eğim gibi değişim içeren her kavramın matematiksel dilidir. Bu yazıda ortalama değişim hızından anlık değişim hızına geçişi, türevin gösterimlerini ve geometrik anlamını, temel fonksiyonların türevlerini, türev kurallarının özetini, yatay teğetleri, hız ve ivmeyi, ikinci türevi, türevlenebilirlik koşulunu, parçalı fonksiyonlarda türevi ve alan, maliyet gibi uygulamaları çözümlü örneklerle ele alıyoruz.



## BELGE BİLGİLERİ

|              |                   |
|--------------|-------------------|
| Belge kodu   | AC-037            |
| Yazı no      | 37                |
| Sürüm        | 1.0               |
| Sürüm tarihi | 28 Eylül 2026     |
| İçerik izi   | FCFF B63B 34BD    |
| Yayımlayan   | ahmetcelen.com.tr |

## GÜNCELLEK KONTROLÜ

Bu belgeyi kullanmadan veya paylaşmadan önce güncelliğinden emin olunuz. QR kodu okutun ya da adrese girin: elinizdeki sürümün güncel olup olmadığını ve sonradan düzeltilen bir hata bulunup bulunmadığını gösterir.

[ahmetcelen.com.tr/d/ac-037/1-0/](https://ahmetcelen.com.tr/d/ac-037/1-0/)

Hatalar düzeltildikçe yeni sürüm yayımlanır; bütün değişiklikler sitede sürüm geçmişiyle listelenir.



Güncelliği kontrol et

Bu belge tamamen ücretsizdir. Size satmaya çalışanlara itibar etmeyiniz.

## İÇİNDEKİLER

1. Türev nedir?
2. Ortalama değişim hızı
3. Anlık değişim hızı
4. Kesenden teğete: sayısal görünüm
5. Türevin birimi
6. Türevin tanımı
7. Türevin gösterimleri
8. Geometrik anlam: teğetin eğimi
9. Temel türevler
10. Kuvvet kuralı
11. Negatif ve kesirli üsler
12. Trigonometrik, üstel ve logaritmik türevler
13. Toplam ve sabitle çarpım
14. Çarpım, bölüm ve zincir
15. Bir noktadaki türev değeri
16. Teğet doğrusunun denklemi
17. Yatay teğet
18. Artan, azalan ve ekstremum
19. Hız ve ivme
20. İkinci türev
21. Yüksek mertebeden türevler
22. Türevlenebilirlik
23. Parçalı fonksiyonda türev
24. Uygulama: dairenin alanı
25. Uygulama: küpün hacmi
26. Uygulama: doğrusal yaklaşım
27. Uygulama: marjinal maliyet
28. Türev konularının haritası
29. Sınavda türev
30. Sık yapılan hatalar
31. Hap bilgi özeti
32. Sık sorulanlar
33. Kontrol listesi

## Türev nedir?

### ❏ ÖNCE ŞUNLARI BİL

Bu yazıyı daha rahat anlamak için limiti, sürekliliği ve doğrunun eğimini biliyor olman yeterli.

Temel bilgiler için [Limit Konu Anlatımı](#) ve [Süreklilik Konu Anlatımı](#) yazılarına göz at.

Bir otomobilin hız göstergesi o andaki hızı gösterir; bir saat boyunca alınan yolun süreye bölümü ise ortalama hızdır. **Türev**, bu anlık hız fikrinin matematikteki karşılığıdır: bir fonksiyonun bir noktada ne kadar hızlı değiştiğini ölçer.

Kapaktaki öğrenci dalgalı bir eğrinin farklı noktalarına küçük düz çubuklar yerleştiriyor. Eğrinin dik yükseldiği yerde çubuk dik, düzleştiği yerde yatay, alçaldığı yerde ters yöne eğik duruyor. Her çubuğun eğimi, eğrinin o noktadaki türevidir. Bu yazı türevin ne olduğunu, nasıl hesaplandığını ve nerelerde kullanıldığını bir bütün olarak anlatıyor.

## Ortalama değişim hızı

Bir fonksiyonun  $[a, b]$  aralığındaki ortalama değişim hızı, değerdeki değişimin aralık uzunluğuna bölümüdür. Geometrik olarak bu sayı, grafiğin  $a$  ve  $b$  deki noktalarını birleştiren kesenin eğimidir:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

#### ÖRNEK

$f(x) = x^2$  fonksiyonu verilsin.

$[1, 3]$  aralığındaki ortalama değişim hızını bulalım.

$f(3) = 9$  ve  $f(1) = 1$  olur.

Ortalama değişim hızı  $\frac{9-1}{3-1} = 4$  olur.

## Anlık değişim hızı

Aralık daraltıldıkça ortalama değişim hızı bir noktadaki değişimi daha iyi temsil eder. Aralığın uzunluğu  $h$  sifıra yaklaştırılınca ortalama hızın limiti anlık değişim hızını, yani türevi verir.

#### ÖRNEK

$f(x) = x^2$  fonksiyonu verilsin.

$x = 1$  deki anlık değişim hızını bulalım.

$[1, 1 + h]$  aralığında ortalama hız  $\frac{(1+h)^2 - 1}{h} = 2 + h$  olur.

$h$  sifıra yaklaşıırken bu değer 2 ye yaklaşır;  $f$  nin 1 deki türevi 2 dir.

#### HAP BİLGİ

Türev, aralık sifıra daralırken ortalama değişim hızının limitidir.

Geometrik olarak teğetin eğimi, fiziksel olarak anlık hızdır.

## Kesenden teğete: sayısal görünüm

Kesenin teğete dönüşmesi sayılarla da izlenebilir.  $f(x) = x^2$  için 1 ile  $1 + h$  arasındaki kesenin eğimi  $2 + h$  dir;  $h$  küçüldükçe eğim 2 ye yaklaşır:

| $h$           | 1 | 0,1 | 0,01 | 0,001 |
|---------------|---|-----|------|-------|
| Kesenin eğimi | 3 | 2,1 | 2,01 | 2,001 |

Tablodaki değerler hiçbir zaman tam olarak 2 olmaz, ama 2 ye istenildiği kadar yaklaşır. Türev bu yaklaşılan değerdir; limit kavramının türevin temelinde olmasının nedeni budur.

## Türevin birimi

Türev bir oran olduğu için birimi, fonksiyonun biriminin değişkenin birimine bölümüdür. Konum metre, zaman saniye ise hız metre bölü saniyedir; maliyet TL, üretim adet ise marjinal maliyet TL bölü adettir.

Birimi yazmak, uygulama sorularında türevin ne anlattığını doğru yorumlamayı sağlar. Örneğin bir deponun su hacminin zamana göre türevi  $-5$  litre bölü dakika ise depo dakikada 5 litre boşalmaktadır; eksi işaret azalmayı gösterir.

## Türevin tanımı

Yukarıdaki fikir genel olarak şöyle yazılır. Limit varsa  $f$ ,  $a$  noktasında türevlidir ve bu limite  $f$  nin  $a$  daki türevi denir:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Tanımdaki kesir her zaman  $\frac{0}{0}$  belirsizliği verir; türev hesabı bu belirsizliği çözmektir. Tanımla türev almanın ayrıntıları ve örnekleri [Türevin Tanımı ve Türev Nasıl Bulunur?](#) yazısında.

## Türevin gösterimleri

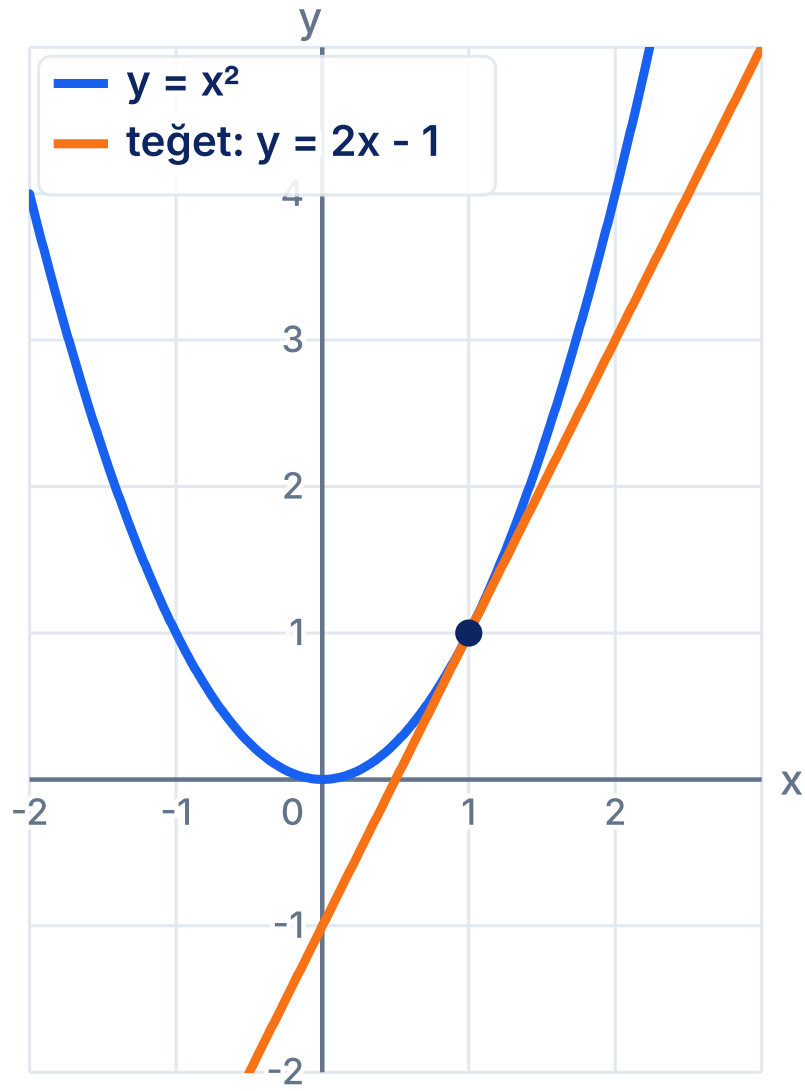
Türev için farklı alanlarda farklı gösterimler kullanılır. Hepsi aynı kavramı anlatır:

| Gösterim        | Okunuşu    | Nerede kullanılır?    |
|-----------------|------------|-----------------------|
| $f'(x)$         | f üssü x   | Fonksiyon dilinde     |
| $y'$            | y üssü     | Denklem dilinde       |
| $\frac{dy}{dx}$ | dy bölü dx | Değişim oranı vurgusu |

$\frac{dy}{dx}$  gösterimi türevin bir oran olduğunu hatırlatır:  $y$  deki çok küçük değişimin  $x$  teki çok küçük değişime oranı. Özellikle zincir kuralında ve uygulama problemlerinde bu gösterim işi kolaylaştırır.

## Geometrik anlam: teğetin eğimi

Bir eğri üzerindeki iki noktadan geçen kesen, noktalardan biri diğerine yaklaştırıldıkça o noktadaki teğete dönüşür. Kesenin eğimi ortalama değişim hızı, teğetin eğimi ise türevdir.



$y = x^2$  eğrisi ve (1, 1) noktasındaki teğeti

Grafikte  $y = x^2$  eğrisine (1, 1) noktasında teğet olan doğru çizilmiştir. Doğrunun eğimi 2 dir; bu da fonksiyonun 1 deki türevidir. Teğet, eğriye o noktanın yakınında en iyi uyan doğrudur.

## Temel türevler

Türev tanımından elde edilen temel sonuçlar bir tabloda toplanır. Türev kuralları bu tabloyla birleştirilerek hemen her fonksiyonun türevi alınır:

| Fonksiyon   | Türevi        |
|-------------|---------------|
| $c$ (sabit) | 0             |
| $x^n$       | $nx^{n-1}$    |
| $\sin x$    | $\cos x$      |
| $\cos x$    | $-\sin x$     |
| $e^x$       | $e^x$         |
| $\ln x$     | $\frac{1}{x}$ |

Sabitin türevinin sıfır olması, sabit bir fonksiyonun hiç değişmemesinden gelir; grafiği yatay bir doğrudur ve eğimi sıfırdır.

#### ☞ HAP BİLGİ

$(x^n)' = nx^{n-1}$  ve  $(e^x)' = e^x$  olur.

$(\sin x)' = \cos x$  ve  $(\cos x)' = -\sin x$  olur; kosinüsün türevindeki eksi işaret unutulmamalıdır.

## Kuvvet kuralı

$x^n$  biçimindeki fonksiyonların türevi, üs katsayı olarak öne alınıp üs bir azaltılarak bulunur. Kural kesirli ve negatif üsler için de geçerlidir; bu yüzden kökler ve kesirler önce üslü biçime çevrilir.

#### ✍ ÖRNEK

$f(x) = x^5$  ve  $g(x) = \sqrt{x}$  fonksiyonları verilsin.

Türevlerini ve  $f'(2)$  değerini bulalım.

$f'(x) = 5x^4$  olur;  $f'(2) = 5 \cdot 16 = 80$ .

$g(x) = x^{1/2}$  olduğundan  $g'(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  olur.

## Negatif ve kesirli üsler

Paydada  $x$  bulunan ifadeler negatif üslü, kökler ise kesirli üslü yazılınca kuvvet kuralı doğrudan uygulanır. Türev alındıktan sonra sonuç istenirse yeniden kesir ya da kök biçimine çevrilir.

#### ✍ ÖRNEK

$f(x) = \frac{1}{x^2}$  ve  $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$  fonksiyonları verilsin.

$f'(1)$  ve  $g'(8)$  değerlerini bulalım.

$f(x) = x^{-2}$  olduğundan  $f'(x) = -2x^{-3}$  ve  $f'(1) = -2$  olur.

$g(x) = x^{2/3}$  olduğundan  $g'(x) = \frac{2}{3}x^{-1/3}$  ve  $g'(8) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$  olur.

## Trigonometrik, üstel ve logaritmik türevler

Temel türev tablosu toplam ve sabitle çarpım kurallarıyla birleştirilince trigonometrik, üstel ve logaritmik ifadelerin türevleri de terim terim alınır.

### ÖRNEK

$f(x) = 2\sin x + 3\cos x$  ve  $g(x) = e^x + \ln x$  fonksiyonları verilsin.

$f'(0)$  ve  $g'(1)$  değerlerini bulalım.

$f'(x) = 2\cos x - 3\sin x$  olduğundan  $f'(0) = 2$  olur.

$g'(x) = e^x + \frac{1}{x}$  olduğundan  $g'(1) = e + 1$  olur.

## Toplam ve sabitle çarpım

Toplamanın türevi türevlerin toplamıdır ve sabit bir katsayı türevin dışına çıkar. Bu iki kural sayesinde polinomların türevi terim terim alınır.

### ÖRNEK

$f(x) = 3x^2 - 4x + 7$  fonksiyonu verilsin.

Türevini ve  $f'(1)$  değerini bulalım.

Terim terim türev alınır:  $f'(x) = 6x - 4$ .

$f'(1) = 2$  olur.

Kuralların tamamı ve daha karmaşık örnekler için [Türev Alma Kuralları](#) yazısına bakabilirsiniz.

## Çarpım, bölüm ve zincir

Çarpım, bölüm ve bileşke fonksiyonların türevleri için ayrı kurallar vardır. Bu kurallar, türevin toplam gibi kolayca dağılmadığını gösterir: çarpımın türevi türevlerin çarpımı değildir.

| Kural  | Formül                                              | Ayrıntı                         |
|--------|-----------------------------------------------------|---------------------------------|
| Çarpım | $(fg)' = f'g + fg'$                                 | <a href="#">Çarpımın Türevi</a> |
| Bölüm  | $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ | <a href="#">Bölümün Türevi</a>  |
| Zincir | $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$                 | <a href="#">Zincir Kuralı</a>   |

## Bir noktadaki türev değeri

Bir noktadaki türev değeri, önce türev fonksiyonu bulunup sonra noktanın yerine yazılmasıyla hesaplanır. Bu değer, o noktadaki teğetin eğimi ve fonksiyonun o andaki değişim hızıdır.

#### ÖRNEK

$f(x) = x^3 - 3x$  fonksiyonu verilsin.

$f'(2)$  değerini bulalım.

$f'(x) = 3x^2 - 3$  olur.

$f'(2) = 12 - 3 = 9$  bulunur; fonksiyon  $x = 2$  de hızla artmaktadır.

## Teğet doğrusunun denklemi

Türev, teğetin eğimini verdiği için teğet doğrusunun denklemi doğrudan yazılır:  $(a, f(a))$  noktasından geçen ve eğimi  $f'(a)$  olan doğru  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$  dır.

#### ÖRNEK

$f(x) = x^2$  eğrisi ve  $(1, 1)$  noktası verilsin.

Teğet denklemini bulalım.

Eğim  $f'(1) = 2$  dir.

Teğet  $y - 1 = 2(x - 1)$ , yani  $y = 2x - 1$  olur; grafikteki doğru budur.

Teğet ve normal denklemleri için daha fazla örnek [Türevde Teğet Denklemi Nasıl Bulunur?](#) yazısında.

#### HAP BİLGİ

$(a, f(a))$  noktasındaki teğet doğrusu  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$  olur.

## Yatay teğet

Türevin sıfır olduğu noktalarda teğet yataydır. Bu noktalar, grafiğin tepe ve çukur noktalarının adaylarıdır ve türevin en önemli uygulamalarının başlangıcıdır. Türevi sıfır yapan noktalara kritik nokta ya da durağan nokta denir; fonksiyon bu noktalarda bir an için ne artar ne azalır.

#### ÖRNEK

$f(x) = x^3 - 3x$  fonksiyonu verilsin.

Teğetin yatay olduğu noktaları bulalım.

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$  ise  $x^2 = 1$  olur.

Teğet  $x = -1$  ve  $x = 1$  de yataydır; bu noktalar  $(-1, 2)$  ve  $(1, -2)$  dir.

## Artan, azalan ve ekstremum

Türevin işareti fonksiyonun davranışını söyler: türev pozitifse fonksiyon artar, negatifse azalır. Türevin işaret değiştirdiği yerlerde fonksiyon yerel en büyük ya da en küçük değerini alır.

| Türev                      | Fonksiyon      |
|----------------------------|----------------|
| $f'(x) > 0$                | Artan          |
| $f'(x) < 0$                | Azalan         |
| $f''$ artıdan eksiye geçer | Yerel maksimum |
| $f''$ eksiden artıya geçer | Yerel minimum  |

$x^3 - 3x$  örneğinde türev  $x = -1$  de artıdan eksiye,  $x = 1$  de eksiden artıya geçer; bu yüzden  $x = -1$  de yerel maksimum,  $x = 1$  de yerel minimum vardır. Ayrıntılar [Türevde Artan ve Azalan Fonksiyonlar](#) ve [Türevde Maksimum ve Minimum Nasıl Bulunur?](#) yazılarında.

## Hız ve ivme

Konumun zamana göre türevi hızı, hızın zamana göre türevi ivmeyi verir. Türevin fizikteki en doğrudan uygulaması budur. Hızın işareti hareketin yönünü, sıfır olduğu anlar ise cismin durup yön değiştirebileceği anları gösterir.

### ÖRNEK

Bir cismin konumu  $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$  metre olsun.

Cismin durduğu anları ve ivmenin sıfır olduğu anı bulalım.

Hız  $v(t) = 3t^2 - 12t + 9 = 3(t - 1)(t - 3)$  tür; cisim  $t = 1$  ve  $t = 3$  saniyelerde durur.

İvme  $a(t) = 6t - 12$  dir ve  $t = 2$  saniyede sıfır olur.

## İkinci türev

Türevin türevine ikinci türev denir ve  $f''(x)$  ile gösterilir. İkinci türev, değişim hızının kendisinin nasıl değiştiğini ölçer; hareket probleminde ivmeye karşılık gelir.

### ÖRNEK

$f(x) = x^4$  fonksiyonu verilsin.

İkinci türevi ve  $f''(1)$  değerini bulalım.

$f'(x) = 4x^3$  ve  $f''(x) = 12x^2$  olur.

$f''(1) = 12$  bulunur.

İkinci türevin işareti grafiğin eğriliğini de gösterir: pozitifse grafik yukarı doğru bükülür, negatifse aşağı doğru bükülür.

## Yüksek mertebeden türevler

Türev alma işlemi tekrarlanabilir: üçüncü türev  $f^{(3)}$ , dördüncü türev ise  $f^{(4)}$  ile gösterilir. Polinomlarda her türev derecenin bir azalmasına yol açtığı için yeterince türev alınca sonuç sıfır olur.

#### ÖRNEK

$f(x) = x^3$  ve  $g(x) = \sin x$  fonksiyonları verilsin.

$f^{(3)}(x)$  ve  $g$  nin dördüncü türevini bulalım.

$f'(x) = 3x^2$ ,  $f''(x) = 6x$  ve  $f^{(3)}(x) = 6$  olur; dördüncü türev 0 dir.

Sinüsün türevleri  $\cos x$ ,  $-\sin x$ ,  $-\cos x$  ve  $\sin x$  olur; dördüncü türev fonksiyonun kendisine döner.

## Türevlenebilirlik

Her sürekli fonksiyon türevli değildir. Grafiğin köşe yaptığı, dikey teğetinin olduğu ya da koptuğu noktalarda türev yoktur.  $|x|$  fonksiyonu sıfırda sürekli ama köşe yapar: soldan eğim  $-1$ , sağdan eğim  $1$  dir.

| Durum                    | Sürekli mi? | Türevli mi? |
|--------------------------|-------------|-------------|
| Pürüzsüz eğri            | Evet        | Evet        |
| Köşe, örneğin $ x $ te 0 | Evet        | Hayır       |
| Sıçrama ya da boşluk     | Hayır       | Hayır       |

#### HAP BİLGİ

Türevli olan her fonksiyon sürekli.

Sürekli olan her fonksiyon türevli değildir.

## Parçalı fonksiyonda türev

Parçalı bir fonksiyonun kritik noktada türevli olması için önce orada sürekli olması, sonra soldan ve sağdan türevlerin eşit olması gerekir. Her yönün türevi kendi parçasından hesaplanır.

#### ÖRNEK

$x < 1$  için  $f(x) = x^2$ ,  $x \geq 1$  için  $f(x) = 2x - 1$  olsun.

$x = 1$  de türevli olup olmadığını inceleyelim.

Süreklilik: soldan  $1$ , sağdan  $2 \cdot 1 - 1 = 1$ ; fonksiyon sürekli.

Soldan türev  $2x$  ten  $2$ , sağdan türev  $2$  dir; eşit oldukları için  $f'(1) = 2$  vardır.

## Uygulama: dairenin alanı

Türev, bir niceliğin başka bir niceliğe göre değişim oranıdır. Dairenin alanı yarıçapa bağlıdır ve alanın yarıçapa göre türevi ilginç bir sonuç verir.

#### ÖRNEK

Dairenin alanı  $A(r) = \pi r^2$  olsun.

Alanın yarıçapa göre türevini bulalım.

$$A'(r) = 2\pi r \text{ olur.}$$

Bu, dairenin çevresidir: yarıçap çok az artınca alana çevre uzunluğunda ince bir şerit eklenir.

## Uygulama: küpün hacmi

Bir küpün hacmi kenar uzunluğuna bağlıdır:  $V(a) = a^3$ . Hacmin kenara göre türevi, kenar çok az uzatıldığında hacmin ne hızla arttığını gösterir.

#### ÖRNEK

Kenarı  $a$  olan bir küp verilsin.

Hacmin kenara göre değişim hızını ve  $a = 2$  deki değerini bulalım.

$$V(a) = 3a^2 \text{ olur; bu, küpün yüzey alanının yarısıdır.}$$

$a = 2$  için değişim hızı 12 birimküp bölü birimdir.

## Uygulama: doğrusal yaklaşım

Teğet doğrusu, eğriye dokunduğu noktanın yakınında eğriye çok yakındır. Bu yüzden hesaplaması zor değerler teğet yardımıyla yaklaşık bulunabilir:  $f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a)$ .

#### ÖRNEK

$\sqrt{4,1}$  değeri istensin.

Doğrusal yaklaşımla bulalım.

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ için } f(4) = 2 \text{ ve } f'(4) = \frac{1}{4} \text{ dir.}$$

$$\sqrt{4,1} \approx 2 + \frac{1}{4} \cdot 0,1 = 2,025 \text{ olur; gerçekte } \sqrt{4,1} \approx 2,0248 \text{ dir.}$$

#### HAP BİLGİ

##### Gündelik hayatta

Hesap makinesi olmadan  $\sqrt{26}$  yaklaşık 5,1 bulunur.

$\sqrt{25} = 5$  olur ve karekökün buradaki türevi  $\frac{1}{2\sqrt{25}} = 0,1$  olduğu için bir birimlik artış kökü yaklaşık 0,1 artırır.

## Uygulama: marjinal maliyet

Ekonomide maliyetin üretim miktarına göre türevine marjinal maliyet denir. Bir birim daha üretmenin yaklaşık ek maliyetini verir.

#### ÖRNEK

$x$  birim üretimin maliyeti  $C(x) = 100 + 5x + 0,01x^2$  TL olsun.

100 birim üretimdeki marjinal maliyeti bulalım.

$C'(x) = 5 + 0,02x$  olur.

$C'(100) = 7$  TL bulunur; yüz birinci birimin ek maliyeti yaklaşık 7 TL dir.

## Türev konularının haritası

Türev konusu birbirine bağlı birkaç adımdan oluşur ve her adım bir öncekine dayanır. Önerilen çalışma sırası şöyledir:

| Adım | Konu                                                       |
|------|------------------------------------------------------------|
| 1    | <a href="#">Türevin tanımı</a>                             |
| 2    | <a href="#">Türev alma kuralları</a>                       |
| 3    | <a href="#">Çarpımın</a> ve <a href="#">bölümün türevi</a> |
| 4    | <a href="#">Zincir kuralı</a>                              |
| 5    | <a href="#">Teğet denklemi</a>                             |
| 6    | <a href="#">Artan ve azalan fonksiyonlar</a>               |
| 7    | <a href="#">Maksimum ve minimum</a>                        |

## Sınavda türev

#### SINAVDA NASIL ÇIKAR

İleri düzeyde (**AYT**) türev; türev alma, bir noktadaki türev değeri, teğet denklemi, artan ve azalan aralıklar, ekstremum noktaları, optimizasyon ve hız ivme problemleri biçiminde karşına çıkabilir.

Türev, AYT matematiğinde en çok soru gelen konulardan biridir.

Türev sorusunda önce ne istendiğini belirle: bir sayı mı, bir doğru mu, bir aralık mı? Türev değeri istenirse türevi alıp yerine yaz; teğet istenirse eğimi türevden, noktayı fonksiyondan bul; aralık istenirse türevin işaret tablosunu yap.

## Sık yapılan hatalar

| Hata                                        | Doğrusu                  |
|---------------------------------------------|--------------------------|
| $(x^n)' = x^{n-1}$ yazmak                   | $(x^n)' = nx^{n-1}$      |
| Sabitin türevini sabit sanmak               | Sabitin türevi 0         |
| $(fg)' = f'g'$ yazmak                       | $(fg)' = f'g + fg'$      |
| $f'(a)$ yerine $f(a)$ yı eğim almak         | Eğim türevdir            |
| Sürekli fonksiyonu her yerde türevli sanmak | Köşelerde türev yok      |
| $\sqrt{x}$ i üslü yazmadan türev almak      | $x^{1/2}$ olarak yazılır |

Türev hatalarının çoğu kuralı bir sayıyla denemeden uygulamaktan doğar. Şüpheye düştüğünde türevi tanımla ya da basit bir fonksiyonla kontrol etmek doğru kuralı hatırlatır.

## Hap bilgi özeti

- 1 Türev, aralık sıfıra daralırken ortalama değişim hızının limitidir.  
Geometrik olarak teğetin eğimi, fiziksel olarak anlık hızdır.
- 2  $(x^n)' = nx^{n-1}$  ve  $(e^x)' = e^x$  olur.  
 $(\sin x)' = \cos x$  ve  $(\cos x)' = -\sin x$  olur; kosinüsün türevindeki eksi işaret unutulmamalıdır.
- 3  $(a, f(a))$  noktasındaki teğet doğrusu  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$  olur.
- 4 Türevli olan her fonksiyon sürekli dir.  
Sürekli olan her fonksiyon türevli değildir.
- 5 **Gündelik hayatta**  
Hesap makinesi olmadan  $\sqrt{26}$  yaklaşık 5,1 bulunur.  
 $\sqrt{25} = 5$  olur ve karekökün buradaki türevi  $\frac{1}{2\sqrt{25}} = 0,1$  olduğu için bir birimlik artış kökü yaklaşık 0,1 artırır.

## Sık sorulanlar

### Türev nedir?

Bir fonksiyonun bir noktadaki anlık değişim hızıdır. Geometrik olarak grafiğin o noktadaki teğetinin eğimidir.

### Türev nasıl hesaplanır?

Tanım olarak  $f(a + h)$  eksi  $f(a)$  bölü  $h$  ifadesinin  $h$  sıfıra giderken limitidir. Pratikte temel türevler ve türev kurallarıyla hesaplanır.

### x üzeri n in türevi nedir?

n çarpı x üzeri n eksi 1 dir. Örneğin x üzeri 5 in türevi 5 x üzeri 4 tür.

### Türev sıfır olursa ne anlama gelir?

O noktada teğet yataydır. Bu noktalar fonksiyonun yerel maksimum ya da minimum noktalarının adaylarıdır.

### Her sürekli fonksiyon türevli midir?

Hayır. Mutlak değer fonksiyonu sıfırda sürekli dir ama köşe yaptığı için türevi yoktur. Buna karşın türevli her fonksiyon sürekli dir.

### İkinci türev ne işe yarar?

Değişim hızının değişimini ölçer. Harekette ivmeyi verir, grafikte eğriliğin yönünü gösterir.

### Türevin birimi nedir?

Fonksiyonun biriminin değişkenin birimine bölümüdür. Konumun zamana göre türevi olan hızın birimi metre bölü saniyedir.

## ☰ Kontrol listesi

- ☐ Ortalama ve anlık değişim hızını ayırt edebiliyorum.
- ☐ Türevin limitle tanımını açıklayabiliyorum.
- ☐ Türevin gösterimlerini tanıyıp kullanabiliyorum.
- ☐ Türevin teğetin eğimi olduğunu açıklayabiliyorum.
- ☐ Temel fonksiyonların türevlerini biliyorum.
- ☐ Kuvvet, toplam ve sabitle çarpım kurallarını uygulayabiliyorum.
- ☐ Bir noktadaki türev değerini ve teğet denklemini bulabiliyorum.
- ☐ Hız, ivme ve ikinci türevi hesaplayabiliyorum.
- ☐ Türevlenebilirlik ile süreklilik arasındaki ilişkiyi açıklayabiliyorum.
- ☐ Türevi alan ve maliyet gibi uygulamalarda kullanabiliyorum.

**Bu belge hakkında.** Bu PDF, ahmetcelen.com.tr'deki [Türev Konu Anlatımı](#) yazısının AC-037 kodlu belgesinin 1.0 sürümüdür.

Sürüm geçmişi ve değişiklikler: [ahmetcelen.com.tr/d/ac-037/](https://ahmetcelen.com.tr/d/ac-037/). Güncel sürümü ve bütün konuların PDF'lerini [ahmetcelen.com.tr/pdf/](https://ahmetcelen.com.tr/pdf/) adresinde bulabilirsiniz. Elinizdeki dosyanın bizim yayımladığımız sürümle birebir aynı olup olmadığını [ahmetcelen.com.tr/d/](https://ahmetcelen.com.tr/d/) adresinde denetleyebilirsiniz; dosya cihazınızdan dışarı gönderilmez.

© 2026 ahmetcelen.com.tr · Eğitime Bir Tık Katkı

Üniversite ve kamu sınavlarına hazırlananlar için ücretsiz matematik kaynakları.  
Bu belgenin güncel hâli ve çok daha fazlası sitede.



PDF merkezi



#### Konu anlatımları

Baştan sona anlatım, hap bilgiler ve çözümlü örnekler  
[ahmetcelen.com.tr/blog/](http://ahmetcelen.com.tr/blog/)



#### PDF merkezi

Her konunun güncel PDF'i, sürüm geçmişi ve belge doğrulama  
[ahmetcelen.com.tr/pdf/](http://ahmetcelen.com.tr/pdf/)



#### Çıkış soruları

TYT, AYT, MSÜ, DGS ve KPSS çıkış soruları  
[ahmetcelen.com.tr/ss/](http://ahmetcelen.com.tr/ss/)



#### Sınav geri sayımları

ÖSYM takvimine göre sınavlara kalan süre  
[ahmetcelen.com.tr/sinavlar/](http://ahmetcelen.com.tr/sinavlar/)



#### Video çözümler

Konu anlatımı ve soru çözüm videoları  
[ahmetcelen.com.tr/video/](http://ahmetcelen.com.tr/video/)



#### Belge doğrulama

Elinizdeki PDF'in güncel ve değiştirilmemiş olduğunu denetleyin  
[ahmetcelen.com.tr/d/](http://ahmetcelen.com.tr/d/)



Üniversite topluluklarını, etkinlikleri ve şirketleri tek uygulamada buluşturan ücretsiz kampüs platformu.

#### • Dijital portföy

Katıldığın etkinlikleri ve sertifikalarını  
[uniconnectly.com/@kullaniciadi](http://uniconnectly.com/@kullaniciadi) adresinde herkese açık sergile

#### • Sertifikalar

Platformda verilen sertifikalar doğrulanmış işaretli, edu.tr e-postan onaylı

#### • Topluluklar ve etkinlikler

Üniversitendeki toplulukları ve takvimi tek ekranda gör, başvuru etkinliklere katıl

#### • Doğrulanabilir katılım

QR ile giriş yaptığın etkinlikler portföyünde doğrulanmış listelenir

#### • Anlık fırsatlar

Staj, iş ve burs duyuruları akışına düşer

#### • Üye kartı indirimleri

Takip ettiğin toplulukların anlaşmalı işletme indirimlerinden yararlan



#### Ücretsiz keşfet

QR kodu okutun ya da [uniconnectly.com](http://uniconnectly.com) adresine girin.



## Diğer yapılarımız

UniConnectly gibi bunlar da bizim yapılarımız. Bu belgeyi ücretsiz sunuyoruz; yapılarımızı keşfetmeniz ve çevrenizle paylaşmanız, bu çalışmaları sürdürmemiz için en büyük destektir.



Eđitim fakóltesi ve öğretmenlik düşünöner için: bölüm rehberleri, öğretmenlik mesleği ve eğitim teknolojileri üzerine kaynaklı yazılar.

[bote.web.tr](http://bote.web.tr)



Hayvanseverlerin sosyal medyası ve veteriner akıllı klinik yönetim uygulaması.

[veterito.com](http://veterito.com)