

Limit, Türev, İntegral

AYT

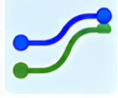
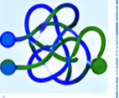
Limitte Belirsizlikler Nasıl Çözülür?

Limit hesaplarırken yerine yazma bazen sıfır bölü sıfır ya da sonsuz bölü sonsuz gibi anlamsız görünen bir sonuç verir. Bu durumlara belirsizlik denir; limitin olmadığını değil, ifadenin sadeleştirilmesi gerektiğini gösterir. Bu yazıda belirsizlik türlerini ve neden belirsiz olduklarını, çarpanlara ayırma, eşlenikle çarpma ve değişken değiştirme yöntemlerini, limiti sonlu yapan parametreyi, temel trigonometrik limitleri, sonsuz bölü sonsuz, sonsuz eksi sonsuz ve sıfır çarpı sonsuz belirsizliklerini ve belirsiz olmayan durumları çözümlü örneklerle ele alıyoruz.



Limitte Belirsizlikler Nasıl Çözülür?

Doğrudan bakıldığında belirsiz görünen yapıları sadeleştirerek net bir yaklaşıma dönüştürün.





BELGE BİLGİLERİ

Belge kodu	AC-035
Yazı no	35
Sürüm	1.0
Sürüm tarihi	28 Eylül 2026
İçerik izi	DD5D A042 DEC1
Yayımlayan	ahmetcelen.com.tr

GÜNCELLEK KONTROLÜ

Bu belgeyi kullanmadan veya paylaşmadan önce güncelliğinden emin olunuz. QR kodu okutun ya da adrese girin: elinizdeki sürümün güncel olup olmadığını ve sonradan düzeltilen bir hata bulunup bulunmadığını gösterir.

ahmetcelen.com.tr/d/ac-035/1-0/

Hatalar düzeltildikçe yeni sürüm yayımlanır; bütün değişiklikler sitede sürüm geçmişiyle listelenir.



Güncelliği kontrol et

Bu belge tamamen ücretsizdir. Size satmaya çalışanlara itibar etmeyiniz.

İÇİNDEKİLER

1. Belirsizlik nedir?
2. Belirsizlik türleri
3. Neden belirsiz?
4. Çarpanlara ayırma
5. Özdeşliklerle çarpanlara ayırma
6. Çift kök ve bölme
7. Eşlenikle çarpma
8. Paydada kök
9. İki köklü ifade
10. Değişken değiştirme
11. Limiti sonlu yapan parametre
12. Temel trigonometrik limit
13. Sinüslerin oranı
14. Tanjant ve sinüs birlikte
15. Kosinüslü belirsizlik
16. Polinom ve sinüs birlikte
17. Belirsizlik ve mutlak değer
18. Sonsuz bölü sonsuz
19. Eksi sonsuza giden bölüm
20. Köklü sonsuz bölü sonsuz
21. Sonsuz eksi sonsuz
22. Kesirlerin farkı
23. Sıfır çarpı sonsuz
24. Üstel ifadelerde sonsuz
25. Belirsiz olmayan durumlar
26. Belirsizlik ve türev
27. Yöntem seçimi
28. Sınavda belirsizlikler
29. Sık yapılan hatalar
30. Hap bilgi özeti
31. Sık sorulanlar
32. Kontrol listesi

Belirsizlik nedir?

❏ ÖNCE ŞUNLARI BİL

Bu yazıyı daha rahat anlamak için limitin temel fikrini, tek yönlü limitleri ve çarpanlara ayırmayı biliyor olman yeterli.

Temel bilgiler için [Limit Konu Anlatımı](#) ve [Polinomlarda Çarpanlara Ayırma](#) yazılarına göz at.

Bir limitte yerine yazma yapıldığında $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ ya da $\infty - \infty$ gibi bir ifade çıkarsa sonuç hakkında hemen bir şey söylenemez. Bu tür ifadelere **belirsizlik** denir. Belirsizlik bir cevap değil, bir uyarıdır: ifade sadeleştirilmeden limit bulunamaz ve sonuç tahmin edilemez.

Kapaktaki öğrenciler birbirine dolanmış şerit parçalarını ayırıp düzgün yollar hâline getiriyor; yollar sonunda ışıklı bir hedefe ulaşıyor. Belirsizlik çözmek de budur: karışık görünen ifade sadeleştirilir ve limitin gerçek değeri ortaya çıkar.

Belirsizlik türleri

Lise matematiğinde karşılaşılan belirsizlikler ve ilk akla gelmesi gereken yöntemler şunlardır:

Belirsizlik	Nerede görülür?	İlk yöntem
$\frac{0}{0}$	Pay ve payda aynı noktada sıfır	Çarpanlara ayırma, eşlenik
$\frac{\infty}{\infty}$	Sonsuzda rasyonel ifadeler	En büyük kuvvete bölme
$\infty - \infty$	Köklü farklar, kesir farkları	Eşlenik, payda eşitleme
$0 \cdot \infty$	Sıfıra giden ile büyüyen çarpım	Kesre çevirme

Bunların dışında 1^∞ , 0^0 ve ∞^0 biçiminde üstel belirsizlikler de vardır; bunlar genellikle logaritma ve türev yardımıyla çözülür.

Neden belirsiz?

$\frac{0}{0}$ biçimindeki bir limit, pay ve paydanın sıfıra hangi hızla gittiğine bağlı olarak her sonucu verebilir. Aşağıdaki üç limitin üçü de yerine yazınca $\frac{0}{0}$ verir ama sonuçları tamamen farklıdır:

Limit	Sadeleşmiş hâli	Sonuç
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x}$	1	1
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x}$	x	0
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x^2}$	$\frac{1}{x}$	∞

HAP BİLGİ

Belirsizlik, limitin olmadığı anlamına gelmez.

İfade sadeleştirilince limit bir sayı, sonsuz ya da yok çıkabilir.

Çarpanlara ayırma

Rasyonel bir ifadede pay ve payda $x = a$ da sıfır oluyorsa ikisi de $(x - a)$ çarpanını içerir. Pay ve payda çarpanlarına ayrılır, ortak çarpan sadeleştirilir ve sonra yerine yazılır.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Pay $(x - 2)(x + 2)$, payda $(x - 2)(x - 1)$ olarak ayrılır; $x - 2$ sadeleşir.

Limit $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x - 1} = 4$ olur.

Sadeleştirme $x \neq 2$ için yapılır. Limit $x = 2$ nin kendisine değil yakın değerlerine baktığı için bu işlem limiti değiştirmez. Sadeleşmiş ifadenin grafiği, asıl fonksiyonun grafiğiyle $x = 2$ deki boşluk dışında tamamen aynıdır; limit de bu boşluğun yüksekliğidir.

HAP BİLGİ

Pay ve payda $x = a$ noktasında sıfır oluyorsa ikisi de $(x - a)$ çarpanını içerir.

Bu çarpan sadeleştirilir, sonra yerine yazılır.

Özdeşliklerle çarpanlara ayırma

Küp farkı, küp toplamı ve iki kare farkı gibi özdeşlikler belirsizlik sorularında çok sık kullanılır.

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ve $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ özdeşlikleri özellikle önemlidir.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ ve $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$ limitleri verilsin.

Limitleri bulalım.

Birincide pay $(x - 1)(x^2 + x + 1)$ olur; limit $1 + 1 + 1 = 3$ tür.

İkincide pay $(x + 1)(x^2 - x + 1)$, payda $(x + 1)(x - 1)$ olur; limit $\frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$ olur.

Çift kök ve bölme

Payda $(x - a)^2$ gibi bir kare içeriyorsa payın da a da çift katlı kökü olması gerekir. Pay polinom bölmesiyle $(x - a)$ ya iki kez bölünür ve sadeleştirme yapılır.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{(x - 2)^2}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Pay $x = 2$ de sıfırdır ve bölme yapılırca $x^3 - 3x^2 + 4 = (x - 2)^2(x + 1)$ bulunur.

Sadeleşince limit $\lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) = 3$ olur.

Payın çarpanlara ayrılması için [Polinomlarda Bölme](#) yazısındaki bölme yöntemleri kullanılabilir.

Eşlenikle çarpma

Karekök içeren ifadelerde belirsizlik çoğu zaman eşlenikle çarpılarak giderilir. $\sqrt{a} - b$ ifadesinin eşleniği $\sqrt{a} + b$ dir ve çarpımları $a - b^2$ olur; kök böylece ortadan kalkar.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Pay ve payda $\sqrt{x} + 2$ ile çarpılır: pay $x - 4$ olur ve paydadaki $x - 4$ ile sadeleşir.

Limit $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{1}{4}$ olur.

Payda $x - 4$ yerine $(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)$ olarak da yazılabilir; bu, eşlenik yönteminin çarpanlara ayırma ile aynı fikre dayandığını gösterir.

HAP BİLGİ

$\sqrt{a} - b$ ifadesinin eşleniği $\sqrt{a} + b$ olur ve ikisinin çarpımı $a - b^2$ olur; kök ortadan kalkar.

Paydada kök

Kök paydadaysa eşlenikle çarpma yine uygulanır; bu kez eşlenik paydadaki köke göre seçilir. Pay ve payda aynı ifadeyle çarpıldığı için kesrin değeri değişmez, yalnızca biçimi değişir.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+9} - 3}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Pay ve payda $\sqrt{x+9} + 3$ ile çarpılır; payda $x + 9 - 9 = x$ olur ve paydaki x ile sadeleşir.

Limit $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+9} + 3) = 6$ olur.

İki köklü ifade

Hem payın hem paydanın içinde kök bulunuyorsa ikisi de kendi eşleniğiyle çarpılır. Böylece iki kök de ortadan kalkar ve ortak çarpan sadeleşir.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Pay $\sqrt{x+1} + 2$ ile çarpılınca $x - 3$, payda $\sqrt{x-2} + 1$ ile çarpılınca yine $x - 3$ olur; ifade $\frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x+1} + 2}$ e dönüşür.

Limit $\frac{1+1}{2+2} = \frac{1}{2}$ olur.

Değişken değiştirme

Küpkök ya da daha yüksek dereceli kökler içeren ifadelerde kök yeni bir değişkenle gösterilir. Böylece ifade polinomlar arasında bir bölüme dönüşür ve çarpanlara ayırma uygulanır. Değişken değiştirilirken yaklaşılan noktanın da yeni değişkene göre yazılması unutulmamalıdır: x 8 e giderken t 2 ye gider.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x - 8}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

$t = \sqrt[3]{x}$ yazılırsa $x = t^3$ olur ve t 2 ye yaklaşır: $\frac{t-2}{t^3-8} = \frac{1}{t^2+2t+4}$.

Limit $\frac{1}{4+4+4} = \frac{1}{12}$ olur.

Limiti sonlu yapan parametre

Payda sıfıra giderken limitin sonlu bir sayı olması için pay da sıfıra gitmek zorundadır. Aksi hâlde sıfırdan farklı bir sayı sıfıra bölünür ve limit sonsuz olur. Bu gözlem, bilinmeyen katsayıları bulmak için kullanılır.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 6}{x - 2}$ limiti bir gerçek sayı olsun.

a yı ve limiti bulalım.

Pay $x = 2$ de sıfır olmalı: $4 + 2a - 6 = 0$, yani $a = 1$.

Pay $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$ olur; limit $2 + 3 = 5$ bulunur.

Temel trigonometrik limit

Trigonometrik belirsizliklerin çoğu tek bir temel limite indirilir: x radyan cinsinden sıfıra giderken $\frac{\sin x}{x}$ in limiti 1 dir. Buradan tanjant için de aynı sonuç çıkar: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

İfade $3 \cdot \frac{\sin 3x}{3x}$ biçiminde yazılır; $3x$ de sıfıra gider.

Limit $3 \cdot 1 = 3$ olur.

Genel olarak $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$ dır. Aynı kural tanjant için de geçerlidir ve sinüs ile tanjant birbirinin yerine kullanılabilir.

HAP BİLGİ

x radyan cinsinden sıfıra giderken $\frac{\sin x}{x}$ ve $\frac{\tan x}{x}$ ifadelerinin limiti 1 olur.

Sinüslerin oranı

Pay ve paydada sinüs varsa her ikisi de kendi açısına bölünüp çarpılır. Böylece iki temel limit ve açıların oranı kalır.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

İfade $\frac{\sin 5x}{5x} \cdot \frac{2x}{\sin 2x} \cdot \frac{5x}{2x}$ biçiminde yazılır.

İlk iki çarpan 1 e gider; limit $\frac{5}{2}$ olur.

Tanjant ve sinüs birlikte

Tanjant da sıfır yakınında sinüs gibi davrandığı için $\frac{\tan ax}{\sin bx}$ biçimindeki bir limit de açıların oranına eşittir. Her iki fonksiyon kendi açısına bölünüp çarpılarak bu sonuç gösterilir.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{\sin 2x}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

İfade $\frac{\tan 4x}{4x} \cdot \frac{2x}{\sin 2x} \cdot 2$ biçiminde yazılır.

İlk iki çarpan 1 e gider; limit 2 olur.

Kosinüslü belirsizlik

$1 - \cos x$ içeren ifadelerde iki kat açılı formülü kullanılır: $1 - \cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$. Böylece ifade sinüslü bir ifadeye dönüşür ve temel limit uygulanır.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

İfade $\frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right)^2$ olur.

Parantez içi 1 e gittiği için limit $\frac{1}{2}$ olur.

Kullanılan formülün ayrıntısı için [İki Kat Açılı ve Yarım Açılı Formülleri](#) yazısına bakabilirsiniz.

Polinom ve sinüs birlikte

Payda x varsa ve pay birden fazla terimden oluşuyorsa kesir terimlere ayrılır. Her terimin limiti ayrı hesaplanır; sinüslü terim için temel limit kullanılır.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \sin x}{x}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Kesir $x + \frac{\sin x}{x}$ biçiminde iki parçaya ayrılır.

Birinci parça 0 a, ikincisi 1 e gider; limit 1 olur.

Belirsizlik ve mutlak değer

Sadeleştirmeden sonra bile iki yönün sonucu farklı çıkabilir. Paydada mutlak değer varsa sıfır bölü sıfır belirsizliği çözülürken tek yönlü limitlere ayrı ayrı bakmak gerekir.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|}$ limiti verilsin.

Limiti inceleyelim.

Sağdan yaklaşırken $|x - 3| = x - 3$ olduğundan ifade $x + 3$ e, yani 6 ya gider.

Soldan yaklaşırken ifade $-(x + 3)$ e, yani -6 ya gider; iki yön farklı olduğu için limit yoktur.

Sonsuz bölü sonsuz

x sonsuza giderken pay ve payda birlikte sınırsız büyüyorsa $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği vardır. Pay ve payda paydaki en büyük kuvvete bölünür; küçük kuvvetli terimler sıfıra gider.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - x}{2x^2 + 5}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Pay ve payda x^2 ye bölünür: $\frac{4 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{5}{x^2}}$.

Kesirli terimler sıfıra gider; limit $\frac{4}{2} = 2$ olur.

Genel kural derecelere bakmaktır: pay derecesi küçükse limit 0, dereceler eşitse baş katsayılar oranı, pay derecesi büyükse sonsuzdur.

HAP BİLGİ

Gündelik hayatta

Kirası 1000 lira olan bir atölyede malzemesi tanesi 5 lira tutan bir üründen x tane yapılırsa ortalama maliyet $\frac{1000 + 5x}{x}$ lira olur.

Üretim arttıkça ortalama maliyet 5 liraya yaklaşır ama hiçbir zaman 5 liranın altına inmez.

Eksi sonsuza giden bölüm

Pay derecesi paydadan büyükse limit sonsuzdur, ama işareti baş katsayıların işaretine bağlıdır. Bu yüzden sonucu yazmadan önce en büyük dereceli terimlerin işaretlerine mutlaka bakılmalıdır. Baş katsayıların oranı negatifse ifade eksi sonsuza gider.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^3}{x^2 + 1}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Pay ve payda x^2 ye bölünür: $\frac{\frac{1}{x^2} - x}{1 + \frac{1}{x^2}}$.

Pay $-\infty$ a, payda 1 e gittiği için limit $-\infty$ olur.

Köklü sonsuz bölü sonsuz

Kök içindeki en büyük kuvvet dışarı çıkarılırken işarete dikkat etmek gerekir; çünkü $\sqrt{x^2} = |x|$ tir. x eksi sonsuza giderken $|x| = -x$ olduğundan sonuç işaret değiştirebilir.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ ve $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ limitleri verilsin.

Limitleri bulalım.

Pay $|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}$ olarak yazılır. Artı sonsuzda $|x| = x$ olduğundan limit 1 olur.

Eksi sonsuzda $|x| = -x$ olduğundan limit -1 olur.

Sonsuz eksi sonsuz

İki terim birlikte sonsuza gidiyor ve aralarında fark alınıyorsa $\infty - \infty$ belirsizliği vardır. Köklü farklarda eşlenikle çarpılarak ifade bir bölüme çevrilir.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Eşlenikle çarpınca ifade $\frac{4x}{\sqrt{x^2 + 4x} + x}$ olur.

Pay ve payda x e bölünce $\frac{4}{\sqrt{1 + \frac{4}{x}} + 1}$ elde edilir; limit 2 olur.

Kesirlerin farkı

İki kesrin paydaları aynı noktada sıfıra gidiyorsa her biri sonsuza gider ve farkları $\infty - \infty$ belirsizliği oluşturur. Paydalar eşitlenerek tek bir kesir elde edilir ve çoğu zaman $\frac{0}{0}$ belirsizliğine dönüşür.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Payda eşitlenince $\frac{x+1-2}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1}$ olur.

Limit $\frac{1}{2}$ olur.

Sıfır çarpı sonsuz

Bir çarpanı sıfıra, diğeri sonsuza giden çarpımlar $0 \cdot \infty$ belirsizliği oluşturur. Çarpanlardan biri kesrin paydasına alınarak ifade $\frac{0}{0}$ ya da $\frac{\infty}{\infty}$ biçimine çevrilir.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

$t = \frac{1}{x}$ yazılırsa t sıfıra gider ve ifade $\frac{\sin t}{t}$ olur.

Temel trigonometrik limitle sonuç 1 olur.

Üstel ifadelerde sonsuz

Üstel ifadelerde de $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği görülür. Bu durumda en hızlı büyüyen üstel terime bölünür; tabanı daha küçük olan kuvvetler bu bölümde sıfıra gider.

ÖRNEK

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3^x}{3^x}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

İfade $\left(\frac{2}{3}\right)^x + 1$ biçiminde yazılır.

$\frac{2}{3}$ nin kuvvetleri sıfıra gittiği için limit 1 olur.

Belirsiz olmayan durumlar

Her garip görünen ifade belirsizlik değildir. Aşağıdaki durumlarda sonuç doğrudan söylenebilir ve sadeleştirmeye gerek yoktur:

İfade	Sonuç
$\frac{\text{sıfırdan farklı sayı}}{0}$	$\pm \infty$, işarete bakılır
$\frac{0}{\text{sıfırdan farklı sayı}}$	0
$\frac{\text{sayı}}{\infty}$	0
$\infty + \infty$	∞
$\infty \cdot \infty$	∞

Sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölündüğü durumda tek yönlü limitlere bakılır. Ayrıntısı için [Sağdan ve Soldan Limit Nasıl Bulunur?](#) yazısına bakabilirsin.

Belirsizlik ve türev

Türevin tanımı her zaman bir $\frac{0}{0}$ belirsizliğidir: h sıfıra giderken hem pay hem payda sıfıra gider. Bu yüzden türev hesabı, belirsizlik çözmenin sistemli bir biçimidir.

ÖRNEK

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h}$ limiti verilsin.

Limiti bulalım.

Pay açılınca $6h + h^2$ olur ve h sadeleşir: $6 + h$.

Limit 6 olur; bu sayı x^2 fonksiyonunun 3 teki türevidir.

Türev öğrenildikten sonra $\frac{0}{0}$ ve $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizlikleri için pay ve paydanın türevlerini alan L'Hospital kuralı da kullanılabilir. Türevin tanımı [Türevin Tanımı ve Türev Nasıl Bulunur?](#) yazısında anlatılıyor.

Yöntem seçimi

İfadede görülen	Yöntem
Polinomlar bölümü, $\frac{0}{0}$	Çarpanlara ayır
Karekök, $\frac{0}{0}$	Eşlenikle çarp
Küpkök	Değişken değiştir
$\sin, \tan, x \rightarrow 0$	Temel trigonometrik limit
$1 - \cos x$	İki kat açılı formülü
$x \rightarrow \infty$, rasyonel	En büyük kuvvete böl
Köklü fark, $x \rightarrow \infty$	Eşlenikle çarp

Hangi yöntem seçilirse seçilsin amaç aynıdır: belirsizliğe yol açan ortak çarpanı ortaya çıkarıp sadeleştirmek ya da baskın terimi ayırmak.

Sınavda belirsizlikler

SINAVDA NASIL ÇIKAR

İleri düzeyde (AYT) belirsizlikler; çarpanlara ayırma, eşlenikle çarpma, trigonometrik limitler, sonsuzda limit ve limiti sonlu yapan parametre biçiminde karşına çıkabilir.

Parametre soruları özellikle sık sorulur.

Her limit sorusunda önce yerine yaz. Sonuç belirsizse ifadenin türüne bakarak tablodaki yöntemi seç. Payda sıfıra giderken limitin sonlu olduğu söyleniyorsa payın da sıfır olması gerektiğini hemen bir denklem olarak yaz.

Sık yapılan hatalar

Hata	Doğrusu
$\frac{0}{0}$ çıkınca limit yok demek	Önce sadeleştirilir
$\frac{0}{0}$ 1 ya da 0 saymak	Sonuç ifadeye bağlı
$\infty - \infty = 0$ yazmak	Eşlenik ya da payda eşitleme
$\sqrt{x^2} = x$ almak	$\sqrt{x^2} = x $
$\frac{\sin 3x}{x}$ in limitini 1 sanmak	Limit 3 tür
Açıyı derece cinsinden kullanmak	Temel limit radyan içindir

Bu hataların ortak noktası, belirsiz bir ifadeye bir sayı gibi davranmaktır. Belirsizlik bir sonuç değil, işlemin henüz bitmediğini gösteren bir işarettir.

Hap bilgi özeti

- 1 Belirsizlik, limitin olmadığı anlamına gelmez.
İfade sadeleştirilince limit bir sayı, sonsuz ya da yok çıkabilir.
- 2 Pay ve payda $x = a$ noktasında sıfır oluyorsa ikisi de $(x - a)$ çarpanını içerir.
Bu çarpan sadeleştirilir, sonra yerine yazılır.
- 3 $\sqrt{a} - b$ ifadesinin eşleniği $\sqrt{a} + b$ olur ve ikisinin çarpımı $a - b^2$ olur; kök ortadan kalkar.
- 4 x radyan cinsinden sıfıra giderken $\frac{\sin x}{x}$ ve $\frac{\tan x}{x}$ ifadelerinin limiti 1 olur.
- 5 **Gündelik hayatta**
Kirası 1000 lira olan bir atölyede malzemesi tanesi 5 lira tutan bir üründen x tane yapılırsa ortalama maliyet $\frac{1000 + 5x}{x}$ lira olur.
Üretim arttıkça ortalama maliyet 5 liraya yaklaşır ama hiçbir zaman 5 liranın altına inmez.

Sık sorulanlar

Limitte belirsizlik nedir?

Yerine yazınca sıfır bölü sıfır, sonsuz bölü sonsuz ya da sonsuz eksi sonsuz gibi sonucu belli olmayan bir ifade çıkmasıdır.

0 bölü 0 belirsizliği nasıl çözülür?

Polinomlarda çarpanlara ayrılır, köklü ifadelerde eşlenikle çarpılır, ortak çarpan sadeleştirildikten sonra yerine yazılır.

Eşlenikle çarpma ne zaman kullanılır?

Pay ya da paydada karekök içeren bir fark varsa kullanılır. Kökün eşleniğiyle çarpınca kök ortadan kalkar.

$\sin 3x$ bölü x in sıfırdaki limiti kaçtır?

$\sin ax$ bölü bx in sıfırdaki limiti a bölü b olduğu için sonuç 3 tür.

Sonsuz bölü sonsuz belirsizliği nasıl çözülür?

Pay ve payda en büyük kuvvete bölünür. Rasyonel ifadelerde derecelere bakmak yeterlidir.

Limitin sonlu olması için pay neden sıfır olmalıdır?

Payda sıfıra giderken pay sıfırdan farklı bir sayıya giderse kesir sınırsız büyür. Limitin sonlu olması için pay da sıfıra gitmelidir.

Belirsizlik çözüldükten sonra limit her zaman var mıdır?

Hayır. Sadeleştirmeden sonra limit bir sayı çıkabileceği gibi sonsuz ya da soldan ve sağdan farklı da çıkabilir. Bu durumda limit yoktur.

☰ Kontrol listesi

- ☐ Belirsizliğin ne olduğunu ve neden belirsiz olduğunu açıklayabiliyorum.
- ☐ Belirsizlik türlerini tanıyabiliyorum.
- ☐ Çarpanlara ayırarak sıfır bölü sıfır belirsizliğini çözebiliyorum.
- ☐ Eşlenikle çarpma yöntemini uygulayabiliyorum.
- ☐ Değişken değiştirme ile köklü limitleri hesaplayabiliyorum.
- ☐ Limiti sonlu yapan parametreyi bulabiliyorum.
- ☐ Temel trigonometrik limitleri kullanabiliyorum.
- ☐ Sonsuz bölü sonsuz belirsizliğini çözebiliyorum.
- ☐ Sonsuz eksi sonsuz ve sıfır çarpı sonsuz belirsizliklerini çözebiliyorum.
- ☐ Belirsiz olmayan durumları ayırt edebiliyorum.

Bu belge hakkında. Bu PDF, ahmetcelen.com.tr'deki [Limitte Belirsizlikler Nasıl Çözülür?](#) yazısının AC-035 kodlu belgesinin 1.0 sürümüdür.

Sürüm geçmişi ve değişiklikler: [ahmetcelen.com.tr/d/ac-035/](#). Güncel sürümü ve bütün konuların PDF'lerini [ahmetcelen.com.tr/pdf/](#) adresinde bulabilirsiniz. Elinizdeki dosyanın bizim yayımladığımız sürümle birebir aynı olup olmadığını [ahmetcelen.com.tr/d/](#) adresinde denetleyebilirsiniz; dosya cihazınızdan dışarı gönderilmez.

© 2026 ahmetcelen.com.tr · Eğitime Bir Tık Katkı

Üniversite ve kamu sınavlarına hazırlananlar için ücretsiz matematik kaynakları.
Bu belgenin güncel hâli ve çok daha fazlası sitede.



PDF merkezi



Konu anlatımları

Baştan sona anlatım, hap bilgiler ve çözümlü örnekler
ahmetcelen.com.tr/blog/



PDF merkezi

Her konunun güncel PDF'i, sürüm geçmişi ve belge doğrulama
ahmetcelen.com.tr/pdf/



Çıkış sorular

TYT, AYT, MSÜ, DGS ve KPSS çıkmış soruları
ahmetcelen.com.tr/ss/



Sınav geri sayımları

ÖSYM takvimine göre sınavlara kalan süre
ahmetcelen.com.tr/sinavlar/



Video çözümler

Konu anlatımı ve soru çözüm videoları
ahmetcelen.com.tr/video/



Belge doğrulama

Elinizdeki PDF'in güncel ve değiştirilmemiş olduğunu denetleyin
ahmetcelen.com.tr/d/



Üniversite topluluklarını, etkinlikleri ve şirketleri tek uygulamada buluşturan ücretsiz kampüs platformu.

• Dijital portföy

Katıldığın etkinlikleri ve sertifikalarını
uniconnectly.com/@kullaniciadi adresinde herkese açık sergile

• Sertifikalar

Platformda verilen sertifikalar doğrulanmış işaretli, edu.tr e-postan onaylı

• Topluluklar ve etkinlikler

Üniversitendeki toplulukları ve takvimi tek ekranda gör, başvuru etkinliklere katıl

• Doğrulanabilir katılım

QR ile giriş yaptığın etkinlikler portföyünde doğrulanmış listelenir

• Anlık fırsatlar

Staj, iş ve burs duyuruları akışına düşer

• Üye kartı indirimleri

Takip ettiğin toplulukların anlaşmalı işletme indirimlerinden yararlan



Ücretsiz keşfet

QR kodu okutun ya da uniconnectly.com adresine girin.



Diğer yapılarımız

UniConnectly gibi bunlar da bizim yapılarımız. Bu belgeyi ücretsiz sunuyoruz; yapılarımızı keşfetmeniz ve çevrenizle paylaşmanız, bu çalışmaları sürdürmemiz için en büyük destektir.



Eğitim fakültesi ve öğretmenlik düşünenler için: bölüm rehberleri, öğretmenlik mesleği ve eğitim teknolojileri üzerine kaynaklı yazılar.

bote.web.tr



Hayvanseverlerin sosyal medyası ve veteriner akıllı klinik yönetim uygulaması.

veterito.com