

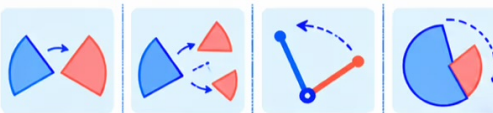
Trigonometrik Toplam ve Fark Formülleri

Trigonometrik toplam ve fark formülleri, iki açının toplamının ya da farkının sinüs, kosinüs ve tanjantını açılarının kendi değerleriyle hesaplamayı sağlar. Bu formüller sayesinde 15, 75 ya da 105 derece gibi özel olmayan açılarının tam değeri bulunur. Bu yazıda formüllerin birim çemberden ispatını, diğer formüllerin türetilmesini, değer hesaplamayı, bölgesi verilen açılarla çalışmayı, formülü tersten tanımayı, özdeşlik ispatlarını, üçgende ve iki doğru arasındaki açıda kullanımı çözümlü örneklerle ele alıyoruz.

AÇ Ahmet Çelen

Trigonometrik Toplam ve Fark Formülleri

İki açının birleşmesi ve ayrılmasıyla oluşan geometrik ilişkileri görsel modellerle inceleyin.





BELGE BİLGİLERİ

Belge kodu	AC-024
Yazı no	24
Sürüm	1.0
Sürüm tarihi	28 Eylül 2026
İçerik izi	03B6 0F2C 29FA
Yayımlayan	ahmetcelen.com.tr

GÜNCELLEK KONTROLÜ

Bu belgeyi kullanmadan veya paylaşmadan önce güncelliğinden emin olunuz. QR kodu okutun ya da adrese girin: elinizdeki sürümün güncel olup olmadığını ve sonradan düzeltilen bir hata bulunup bulunmadığını gösterir.

ahmetcelen.com.tr/d/ac-024/1-0/

Hatalar düzeltildikçe yeni sürüm yayımlanır; bütün değişiklikler sitede sürüm geçmişiyle listelenir.



Güncelliği kontrol et

Bu belge tamamen ücretsizdir. Size satmaya çalışanlara itibar etmeyiniz.

İÇİNDEKİLER

1. Toplam ve fark formülleri ne işe yarar?
2. Formüllerin listesi
3. Kosinüs fark formülünün ispatı
4. Diğer formüllerin türetilmesi
5. Tanjant formülünün türetilmesi
6. Özel olmayan açıların sinüsü
7. Özel olmayan açıların kosinüsü
8. Özel olmayan açıların tanjantı
9. Radyanla verilen açılar
10. Verilen oranlardan hesap
11. Bölgesi verilen açılar
12. Formülü tersten tanımak
13. Tanjant formülünü tersten tanımak
14. Tanjantlardan açı bulmak
15. Tümlemler açılarda tanjant çarpımı
16. Bütünler ve tümlemler kuralları
17. Toplam ve farkın çarpımı
18. İki terimi tek sinüse çevirmek
19. Fark biçimini tek sinüse çevirmek
20. Formülle denklem çözmek
21. Üçgende toplam formülü
22. İki doğru arasındaki açı
23. Sınavda toplam ve fark formülleri
24. Sık yapılan hatalar
25. Hap bilgi özeti
26. Sık sorulanlar
27. Kontrol listesi

Toplam ve fark formülleri ne işe yarar?

❏ ÖNCE ŞUNLARI BİL

Bu yazıyı daha rahat anlamak için özel açılarının değerlerini, birim çemberi ve temel özdeşliği biliyor olman yeterli.

Temel bilgiler için [Birim Çember Konu Anlatımı](#) ve [Trigonometrik Özdeşlikler ve Formüller](#) yazılarına göz at.

Özel açılar olan 30° , 45° ve 60° nin değerleri ezbere bilinir. Peki 75° ya da 15° gibi açılar? Bu açılar özel açılarının toplamı ya da farkı olarak yazılabilir: $75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$ ve $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$. Toplam ve fark formülleri, bu yazılışı değer hesabına dönüştüren araçlardır.

Kapaktaki öğrenciler mavi ve kırmızı iki açı dilimini ahşap bir disk üzerinde yan yana koyarak birleştiriyor, sonra birini diğerinden çıkararak ayırıyor. Formüller tam olarak bu iki işlemin trigonometrik karşılığıdır: birleşen açının değeri, parçaların değerlerinden hesaplanır.

Formüllerin listesi

Altı formül üç çift hâlinde öğrenilir. Her çiftte toplam ve fark formülü yalnızca işaretlerle ayrılır:

Formül	Açılımı
$\sin(a + b)$	$\sin a \cos b + \cos a \sin b$
$\sin(a - b)$	$\sin a \cos b - \cos a \sin b$
$\cos(a + b)$	$\cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos(a - b)$	$\cos a \cos b + \sin a \sin b$
$\tan(a + b)$	$\frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$
$\tan(a - b)$	$\frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

⇒ HAP BİLGİ

Sinüste işaret korunur: toplamda artı, farkta eksi.

Kosinüste işaret ters döner: toplamda eksi, farkta artı.

Kosinüs fark formülünün ispatı

Formüllerin hepsi tek bir formülden türetilebilir: kosinüs fark formülü. Birim çember üzerinde $P(\cos a, \sin a)$ ve $Q(\cos b, \sin b)$ noktalarını düşün. Bu iki nokta arasındaki merkez açısı $a - b$ dir.

İki nokta arasındaki uzaklığın karesi koordinatlarla hesaplanırsa $(\cos a - \cos b)^2 + (\sin a - \sin b)^2$ bulunur. Açılıp temel özdeşlik kullanılınca bu ifade $2 - 2(\cos a \cos b + \sin a \sin b)$ olur.

Şimdi çemberi, Q noktası $(1, 0)$ a gelecek biçimde döndürelim. Uzaklık değişmez; P ise $(\cos(a - b), \sin(a - b))$ noktasına gelir. Bu kez uzaklığın karesi $2 - 2\cos(a - b)$ çıkar. İki sonuç eşitlenince formül elde edilir:

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

Diğer formüllerin türetilmesi

Kosinüs fark formülünde b yerine $-b$ yazılırsa, kosinüsün çift ve sinüsün tek fonksiyon olması sayesinde $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ elde edilir.

Sinüs için tümler açı kuralı kullanılır: $\sin(a + b) = \cos(90^\circ - (a + b)) = \cos((90^\circ - a) - b)$. Bu ifadeye kosinüs fark formülü uygulanınca $\sin a \cos b + \cos a \sin b$ çıkar. Sinüs fark formülü de yine b yerine $-b$ yazılarak bulunur.

Bu türetme zinciri, altı formülü ayrı ayrı ezberlemek yerine tek bir fikirden kurmayı sağlar. Sınavda bir işaret akla takılırsa zincirin bir halkasını yeniden yapmak birkaç saniye sürer.

Tanjant formülünün türetilmesi

Tanjant toplam formülü, sinüs ve kosinüs toplam formüllerinin oranından gelir.

$$\tan(a + b) = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\cos a \cos b - \sin a \sin b} \text{ kesrinin payı ve paydası } \cos a \cos b \text{ ye bölünür.}$$

Paydaki iki terim $\tan a$ ve $\tan b$ ye, paydadaki terimler ise 1 ve $\tan a \tan b$ ye dönüşür. Sonuç $\frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$ formülüdür. Payda sıfır olduğunda, yani $\tan a \tan b = 1$ iken toplam açının tanjantı tanımsızdır; bu durumda $a + b$ açısı 90° nin tek katıdır.

Özel olmayan açıların sinüsü

Özel olmayan bir açının sinüsünü bulmak için açı, iki özel açının toplamı ya da farkı olarak yazılır. Genellikle 30° , 45° , 60° ve 90° açılarından ikisi yeterlidir.

ÖRNEK

$\sin 105^\circ$ ve $\sin 15^\circ$ değerleri istensin.

Toplam ve fark formülleriyle bulalım.

$$\sin 105^\circ = \sin(60^\circ + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

$\sin 105^\circ$ ile $\sin 75^\circ$ aynı çıkar; çünkü iki açı bütünlerdir ve bütünler açılarının sinüsleri eşittir.

HAP BİLGİ

Özel olmayan bir açı iki özel açının toplamı ya da farkı olarak yazılır.

Örneğin $105^\circ = 60^\circ + 45^\circ$ ve $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$ olur.

Özel olmayan açılarının kosinüsü

Kosinüs hesabında formüldeki işaretin ters döndüğünü unutmamak gerekir. Toplam açının kosinüsünde iki çarpım arasına eksi, fark açısının kosinüsünde artı gelir.

ÖRNEK

$\cos 75^\circ$ ve $\cos 105^\circ$ değerleri istensin.

Toplam formülüyle bulalım.

$$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

$$\cos 105^\circ = \cos(60^\circ + 45^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}.$$

$\cos 105^\circ$ negatif çıktı; bu beklenen bir sonuçtur, çünkü 105° ikinci bölgededir ve orada kosinüs negatiftir. Sonucun işaretini bölgeyle karşılaştırmak hesabı denetlemenin en hızlı yoludur.

Özel olmayan açılarının tanjantı

Tanjant hesabında karekökler paydada kalır; sonuç genellikle payda eşleniğiyle genişletilerek sadeleştirilir.

ÖRNEK

$\tan 75^\circ$ değeri istensin.

Tanjant toplam formülüyle bulalım.

$$\tan 75^\circ = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}.$$

$$\text{Eşlenikle genişletilince } \frac{(3 + \sqrt{3})^2}{9 - 3} = \frac{12 + 6\sqrt{3}}{6} = 2 + \sqrt{3} \text{ olur.}$$

$\tan 105^\circ$ ise $-(2 + \sqrt{3})$ tür; çünkü 105° ile 75° bütünlerdir ve bütünler açılarının tanjanları ters işaretlidir. $\tan 15^\circ$ ise $2 - \sqrt{3}$ tür ve $\tan 75^\circ$ ile çarpımı 1 dir; iki açı tümler olduğu için bu da beklenen sonuçtur.

Radyanla verilen açılar

Açı radyanla verildiğinde de aynı yol izlenir. $\frac{\pi}{12}$ radyan 15° ye, $\frac{7\pi}{12}$ radyan ise 105° ye karşılık gelir. Radyanlı yazımda özel açılar $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$ ve $\frac{\pi}{3}$ dir.

ÖRNEK

$\cos \frac{7\pi}{12}$ değeri istensin.

Değeri bulalım.

$$\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \text{ olarak yazılır.}$$

$$\cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4} \text{ olur.}$$

Verilen oranlardan hesap

Sorularda açılar çoğu zaman doğrudan verilmez; bunun yerine birer trigonometrik oranları verilir. Bu durumda önce her açının eksik oranı temel özdeşlikle ya da bir dik üçgenle bulunur, sonra formül uygulanır.

ÖRNEK

a ve b dar açılar, $\sin a = \frac{3}{5}$ ve $\cos b = \frac{5}{13}$ olsun.

$\sin(a + b)$ ve $\cos(a + b)$ değerlerini bulalım.

$$\text{Eksik oranlar: } \cos a = \frac{4}{5} \text{ ve } \sin b = \frac{12}{13}. \sin(a + b) = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{13} + \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} = \frac{63}{65}.$$

$$\cos(a + b) = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} - \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} = -\frac{16}{65} \text{ olur.}$$

Kosinüsün negatif çıkması, $a + b$ toplamının 90° den büyük olduğunu gösterir. Aynı veriyle $\sin(a - b) = -\frac{33}{65}$ ve $\cos(a - b) = \frac{56}{65}$ bulunur; sinüsün negatif olması da b nin a dan büyük olduğunu anlatır.

Bölgesi verilen açılar

Açılardan biri ikinci, üçüncü ya da dördüncü bölgedeyse eksik oranın işareti bölgeden seçilir. Karekök alınırken işaret atlanırsa formül doğru uygulansa bile sonuç yanlış çıkar.

ÖRNEK

a ikinci bölgede ve $\sin a = \frac{4}{5}$; b dar açı ve $\sin b = \frac{5}{13}$ olsun.

$\cos(a + b)$ değerini bulalım.

İkinci bölgede kosinüs negatiftir: $\cos a = -\frac{3}{5}$. Ayrıca $\cos b = \frac{12}{13}$.

$$\cos(a + b) = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{12}{13} - \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} = -\frac{56}{65} \text{ olur.}$$

Formülü tersten tanımak

Sınav sorularının önemli bir kısmında formül açılmış hâlde verilir ve toplu hâline getirilmesi beklenir. $\sin x \cos y + \cos x \sin y$ biçimini gören öğrenci bunun $\sin(x + y)$ olduğunu tanımalıdır.

ÖRNEK

$\sin 50^\circ \cos 10^\circ + \cos 50^\circ \sin 10^\circ$ ve $\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \sin 70^\circ \sin 10^\circ$ ifadeleri verilsin.

İfadelerin değerini bulalım.

Birincisi sinüs toplam formülüdür: $\sin(50^\circ + 10^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

İkincisi kosinüs fark formülüdür: $\cos(70^\circ - 10^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

Tanımının ipucu çarpımların düzenidir: sinüs formüllerinde her çarpımda bir sinüs ve bir kosinüs bulunur; kosinüs formüllerinde ise çarpımlardan biri iki kosinüsten, diğeri iki sinüsten oluşur.

HAP BİLGİ

$\sin x \cos y + \cos x \sin y$ ifadesi $\sin(x + y)$ olur; açılmış formülü tanımak işlemi tek satıra indirir.

Tanjant formülünü tersten tanımak

Tanjant toplam formülünün biçimi de tanınmalıdır: payda iki tanjantın toplamı, paydada 1 eksi aynı tanjantların çarpımı varsa ifade toplam açının tanjantıdır.

ÖRNEK

$\frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ}{1 - \tan 20^\circ \tan 25^\circ}$ ifadesi verilsin.

İfadenin değerini bulalım.

İfade $\tan(20^\circ + 25^\circ)$ biçimindedir.

$$\tan 45^\circ = 1 \text{ olur.}$$

Bu sonuçtan ilginç bir kural çıkar: toplamı 45° olan iki açı için $(1 + \tan a)(1 + \tan b) = 2$ dir. Formüldeki eşitlik $\tan a + \tan b = 1 - \tan a \tan b$ biçiminde yazılıp iki tarafa $1 + \tan a \tan b$ eklenince bu çarpım elde edilir. Örneğin $(1 + \tan 20^\circ)(1 + \tan 25^\circ) = 2$ olur.

Tanjantlardan açı bulmak

İki açının tanjantı biliniyorsa toplamalarının tanjantı hesaplanır ve sonuç bir özel açıya karşılık geliyorsa toplam açı bulunur. Açılar aralığı mutlaka hesaba katılmalıdır.

ÖRNEK

a ve b dar açılar, $\tan a = \frac{1}{2}$ ve $\tan b = \frac{1}{3}$ olsun.

$a + b$ toplamını bulalım.

$$\tan(a + b) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1.$$

İki dar açının toplamı 0° ile 180° arasındadır ve tanjantı 1 olan tek açı 45° dir.

Tümle açılarda tanjant çarpımı

Toplamı 90° olan iki açının toplamının tanjantı tanımsızdır. Formülde paydanın sıfır olması gerektiği için $1 - \tan a \tan b = 0$, yani $\tan a \tan b = 1$ olur. Bu sonuç, tümle açılarının tanjantlarının birbirinin çarpımına göre tersi olduğunu söyler.

ÖRNEK

$\tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$ çarpımı verilsin.

Çarpımın değerini bulalım.

Çarpanlar tümle çiftler hâlinde gruplanır: $(\tan 10^\circ \tan 80^\circ)(\tan 20^\circ \tan 70^\circ)$.

Her parantez 1 e eşittir; çarpım 1 olur.

HAP BİLGİ

$a + b = 90^\circ$ ise $\tan a \cdot \tan b = 1$ olur.

Bütünler ve tümle kuralları

Birim çemberden bilinen indirgeme kuralları aslında toplam ve fark formüllerinin özel hâlleridir. Açılardan biri 90° ya da 180° olduğunda sinüs ve kosinüs 0 ya da ± 1 olduğu için formülün bir terimi düşer.

ÖRNEK

$\sin(90^\circ + x)$ ve $\cos(180^\circ - x)$ ifadeleri verilsin.

Formüllerle sadeleştirelim.

$$\sin(90^\circ + x) = \sin 90^\circ \cos x + \cos 90^\circ \sin x = \cos x.$$

$$\cos(180^\circ - x) = \cos 180^\circ \cos x + \sin 180^\circ \sin x = -\cos x.$$

Toplam ve farkın çarpımı

Toplam ve fark formülleri birlikte kullanılınca kısa ve kullanışlı özdeşlikler ortaya çıkar. Bunlardan en bilineni, sinüs toplamı ile sinüs farkının çarpımıdır.

ÖRNEK

$\sin(a + b) \cdot \sin(a - b) = \sin^2 a - \sin^2 b$ eşitliği verilsin.

Eşitliğin özdeşlik olduğunu gösterelim.

Sol taraf iki kare farkı biçimindedir: $\sin^2 a \cos^2 b - \cos^2 a \sin^2 b$.

$\cos^2 b = 1 - \sin^2 b$ ve $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$ yazılınca çarpımlı terimler sadeleşir ve $\sin^2 a - \sin^2 b$ kalır.

Benzer yolla $\cos(a + b) \cdot \cos(a - b) = \cos^2 a - \sin^2 b$ özdeşliği de gösterilir. Örneğin $\sin 75^\circ \sin 15^\circ = \sin^2 45^\circ - \sin^2 30^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ olur.

İki terimi tek sinüse çevirmek

$a \sin x + b \cos x$ biçimindeki bir ifade, sinüs toplam formülü tersten okunarak tek bir sinüs olarak yazılabilir. Önce ifade $\sqrt{a^2 + b^2}$ parantezine alınır, sonra katsayılar bir açının kosinüsü ve sinüsü olarak tanınır.

ÖRNEK

$\sqrt{3} \sin x + \cos x$ ifadesi verilsin.

İfadeyi tek bir sinüs olarak yazalım.

$\sqrt{3+1} = 2$: ifade $2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x \right)$ olur.

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$ ve $\frac{1}{2} = \sin 30^\circ$ olduğundan ifade $2 \sin(x + 30^\circ)$ olur.

Bu yazılış ifadenin alabileceği değerleri de hemen gösterir: sinüs -1 ile 1 arasında kaldığı için $\sqrt{3} \sin x + \cos x$ en fazla 2 , en az -2 olur.

Fark biçimini tek sinüse çevirmek

Katsayılardan biri negatif olduğunda aynı yöntem sinüs fark formülüyle uygulanır. Katsayıların karelerinin toplamının karekökü parantez dışına alınır ve içeride kalan sayılar bir özel açının kosinüsü ve sinüsü olarak okunur.

ÖRNEK

$\sin x - \cos x$ ifadesi verilsin.

İfadeyi tek bir sinüs olarak yazalım ve değer aralığını bulalım.

$\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$: ifade $\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right)$ olur.

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45^\circ = \sin 45^\circ$ olduğundan ifade $\sqrt{2} \sin(x - 45^\circ)$ olur ve $-\sqrt{2}$ ile $\sqrt{2}$ arasında değer alır.

Formüle denklem çözmek

Denklemden açılmış bir toplam formülü görülüyorsa önce toplu hâle getirilir; sonra tek bir trigonometrik denklem çözülür.

ÖRNEK

$[0^\circ, 360^\circ)$ aralığında $\sin x \cos 30^\circ + \cos x \sin 30^\circ = 1$ denklemi verilsin.

Denklemleri çözelim.

Sol taraf $\sin(x + 30^\circ)$ tir; denklem $\sin(x + 30^\circ) = 1$ olur.

$x + 30^\circ = 90^\circ$, yani $x = 60^\circ$ bulunur.

Trigonometrik denklem çözme yöntemlerinin tamamı için [Trigonometrik Denklemler Nasıl Çözülür?](#) yazısına bakabilirsiniz.

Üçgende toplam formülü

Bir üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğu için $C = 180^\circ - (A + B)$ dir. Bütünler açı kuralıyla $\sin C = \sin(A + B)$ ve $\cos C = -\cos(A + B)$ olur. Böylece iki açının oranları bilinen bir üçgende üçüncü açının oranları toplam formülüyle bulunur.

ÖRNEK

Bir üçgende A ve B dar açılar, $\sin A = \frac{3}{5}$ ve $\sin B = \frac{5}{13}$ olsun.

$\sin C$ ve $\cos C$ değerlerini bulalım.

$$\cos A = \frac{4}{5}, \cos B = \frac{12}{13}, \sin C = \sin(A + B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{13} = \frac{56}{65}.$$

$$\cos C = -\cos(A + B) = -\left(\frac{48}{65} - \frac{15}{65}\right) = -\frac{33}{65}; C \text{ geniş açıdır.}$$

İki doğru arasındaki açı

Eğimi m olan bir doğru yatay eksenle tanjantı m olan bir açı yapar. İki doğru arasındaki açı bu iki açının farkıdır; tanjant fark formülüyle arada kalan dar açının tanjantı bulunur:

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

ÖRNEK

Eğimleri 3 ve $\frac{1}{2}$ olan iki doğru verilsin.

Doğrular arasındaki dar açıyı bulalım.

$$\tan \theta = \left| \frac{3 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{2}} \right| = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = 1.$$

Doğrular arasındaki dar açı 45° dir.

Paydanın sıfır olduğu durum, yani $m_1 m_2 = -1$ olması, doğruların dik kesiştiğini gösterir. Analitik geometrideki diklik koşulu bu formülün doğal bir sonucudur.

☞ HAP BİLGİ

Gündelik hayatta

Haritada eğimleri 2 ve $-\frac{1}{2}$ olan iki cadde dik kesişir.

Formüldeki payda $1 + m_1 m_2 = 1 - 1 = 0$ olduğu için aradaki açının tanjantı tanımsızdır, yani açı 90° olur.

Sınavda toplam ve fark formülleri

📖 SINAVIDA NASIL ÇIKAR

İleri düzeyde (AYT) toplam ve fark formülleri; özel olmayan açılarının değeri, oranları verilen açılarla hesap, açılmış formülü tanıma ve tanjantlardan açı bulma biçiminde karşına çıkabilir.

Formül çoğu zaman tek başına değil, bir sadeleştirme ya da denklem sorusunun içinde bir adım olarak kullanılır.

Soruda iki farklı açı ve çarpımlar görüyorsan önce toplam ya da fark formülünü tersten tanımayı dene. Açılar 15° , 75° ya da 105° gibi özel açılarının toplamı veya farkıysa formülü düz uygulamak doğrudan sonuca götürür.

Sık yapılan hatalar

Hata	Doğrusu
$\sin(a + b) = \sin a + \sin b$	Toplam formülü kullanılır
$\cos(a + b)$ de artı işareti	Kosinüs toplamında eksi
$\cos(a - b)$ de eksi işareti	Kosinüs farkında artı
Tanjant paydasında işareti karıştırmak	Toplamda $1 -$, farkta $1 +$
Eksik oranın işaretini bölgeden seçmemek	Bölgeye göre işaret
Tanjanttan açı bulurken aralığı unutmak	Açıların aralığı kontrol edilir

Formüldeki işareten emin olmadığında $a = b = 45^\circ$ gibi basit bir değerle kontrol et. $\cos 90^\circ = 0$ olması gerektiği için $\cos(45^\circ + 45^\circ)$ açılımındaki işaretin eksi olduğu hemen görülür.

☞ Hap bilgi özeti

1 Sinüste işaret korunur: toplamda artı, farkta eksi.

Kosinüste işaret ters döner: toplamda eksi, farkta artı.

2 Özel olmayan bir açı iki özel açının toplamı ya da farkı olarak yazılır.

Örneğin $105^\circ = 60^\circ + 45^\circ$ ve $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$ olur.

3 $\sin x \cos y + \cos x \sin y$ ifadesi $\sin(x + y)$ olur; açılmış formülü tanımak işlemi tek satıra indirir.

4 $a + b = 90^\circ$ ise $\tan a \cdot \tan b = 1$ olur.

5 **Gündelik hayatta**

Haritada eğimleri 2 ve $-\frac{1}{2}$ olan iki cadde dik kesişir.

Formüldeki payda $1 + m_1 m_2 = 1 - 1 = 0$ olduğu için aradaki açının tanjantı tanımsızdır, yani açı 90° olur.

? Sık sorulanlar

Sinüs toplam formülü nedir?

$\sin(a + b)$, $\sin a$ çarpı $\cos b$ artı $\cos a$ çarpı $\sin b$ ye eşittir. Fark formülünde artı yerine eksi gelir.

Kosinüs toplam formülünde neden eksi var?

Formül birim çemberdeki iki nokta arasındaki uzaklıktan türetilir ve sonuçta $\cos a \cos b$ eksi $\sin a \sin b$ çıkar. a ve b 45 derece alınarak $\cos 90$ derecenin 0 olduğu kontrol edilebilir.

sin 15 derece kaçtır?

sin 15 derece, $\sin(45 \text{ eksi } 30)$ olarak yazılır ve kök 6 eksi kök 2 bölü 4 bulunur.

tan 75 derece kaçtır?

Tanjant toplam formülüyle 2 artı kök 3 bulunur.

Toplam formülü tersten nasıl tanınır?

Her çarpımda bir sinüs ve bir kosinüs varsa sinüs formülü, çarpımlardan biri iki kosinüs diğeri iki sinüse kosinüs formülüdür.

İki doğru arasındaki açı nasıl bulunur?

Eğimler m_1 ve m_2 ise dar açının tanjantı, m_1 eksi m_2 nin 1 artı m_1 çarpı m_2 ye bölümünün mutlak değeridir.

☰ Kontrol listesi

- ☐ Altı toplam ve fark formülünü yazabiliyorum.
- ☐ Kosinüs fark formülünün birim çemberden ispatını açıklayabiliyorum.
- ☐ Diğer formülleri kosinüs fark formülünden türetebiliyorum.
- ☐ Özel olmayan açıların sinüs, kosinüs ve tanjantını hesaplayabiliyorum.
- ☐ Oranları verilen açılarla toplam ve fark değerlerini bulabiliyorum.

- ☐ Eksik oranın işaretini bölgeden seçebiliyorum.
- ☐ Açılmış formülü tanıyıp toplu hâle getirebiliyorum.
- ☐ Tanjantları verilen açıların toplamını bulabiliyorum.
- ☐ İki terimli ifadeyi tek bir sinüs olarak yazabiliyorum.
- ☐ Formülleri üçgende ve iki doğru arasındaki açıda kullanabiliyorum.

Bu belge hakkında. Bu PDF, ahmetcelen.com.tr'deki [Trigonometrik Toplam ve Fark Formülleri](#) yazısının AC-024 kodlu belgesinin 1.0 sürümüdür.

Sürüm geçmişi ve değişiklikler: [ahmetcelen.com.tr/d/ac-024/](#). Güncel sürümü ve bütün konuların PDF'lerini [ahmetcelen.com.tr/pdf/](#) adresinde bulabilirsiniz. Elinizdeki dosyanın bizim yayımladığımız sürümle birebir aynı olup olmadığını [ahmetcelen.com.tr/d/](#) adresinde denetleyebilirsiniz; dosya cihazınızdan dışarı gönderilmez.

© 2026 ahmetcelen.com.tr · Eğitime Bir Tık Katkı

Üniversite ve kamu sınavlarına hazırlananlar için ücretsiz matematik kaynakları.
Bu belgenin güncel hâli ve çok daha fazlası sitede.



PDF merkezi



Konu anlatımları

Baştan sona anlatım, hap bilgiler ve çözümlü örnekler
ahmetcelen.com.tr/blog/



PDF merkezi

Her konunun güncel PDF'i, sürüm geçmişi ve belge doğrulama
ahmetcelen.com.tr/pdf/



Çıkış sorular

TYT, AYT, MSÜ, DGS ve KPSS çıkmış soruları
ahmetcelen.com.tr/ss/



Sınav geri sayımları

ÖSYM takvimine göre sınavlara kalan süre
ahmetcelen.com.tr/sinavlar/



Video çözümler

Konu anlatımı ve soru çözüm videoları
ahmetcelen.com.tr/video/



Belge doğrulama

Elinizdeki PDF'in güncel ve değiştirilmemiş olduğunu denetleyin
ahmetcelen.com.tr/d/



Üniversite topluluklarını, etkinlikleri ve şirketleri tek uygulamada buluşturan ücretsiz kampüs platformu.

• Dijital portföy

Katıldığın etkinlikleri ve sertifikalarını
uniconnectly.com/@kullaniciadi adresinde herkese açık sergile

• Sertifikalar

Platformda verilen sertifikalar doğrulanmış işaretli, edu.tr e-postan onaylı

• Topluluklar ve etkinlikler

Üniversitendeki toplulukları ve takvimi tek ekranda gör, başvuru etkinliklere katıl

• Doğrulanabilir katılım

QR ile giriş yaptığın etkinlikler portföyünde doğrulanmış listelenir

• Anlık fırsatlar

Staj, iş ve burs duyuruları akışına düşer

• Üye kartı indirimleri

Takip ettiğin toplulukların anlaşmalı işletme indirimlerinden yararlan



Ücretsiz keşfet

QR kodu okutun ya da uniconnectly.com adresine girin.



Diğer yapılarımız

UniConnectly gibi bunlar da bizim yapılarımız. Bu belgeyi ücretsiz sunuyoruz; yapılarımızı keşfetmeniz ve çevrenizle paylaşmanız, bu çalışmaları sürdürmemiz için en büyük destektir.



Eđitim fakóltesi ve öğretmenlik düşünöner için: bölüm rehberleri, öğretmenlik mesleği ve eğitim teknolojileri üzerine kaynaklı yazılar.

bote.web.tr



Hayvanseverlerin sosyal medyası ve veteriner akıllı klinik yönetim uygulaması.

veterito.com