

Trigonometrik Özdeşlikler ve Formüller

Trigonometrik özdeşlikler, farklı görünen iki ifadenin aslında aynı değeri verdiğini söyleyen eşitliklerdir. Sadeleştirmenin, değer hesaplamasının ve trigonometrik denklem çözmenin araçları bu formüllerdir. Bu yazıda temel özdeşliği ve ondan türeyenleri, bölüm özdeşliklerini, sadeleştirme ve ispat yöntemini, toplam ve fark formüllerini, iki kat ve yarım açı formüllerini, kuvvet azaltmayı, toplamdan çarpıma ve çarpımdan toplama dönüşüm formüllerini ve özdeşliklerin denklem çözmeye kullanımını çözümlü örneklerle ele alıyoruz.



AÇ Ahmet Çelen

Trigonometrik Özdeşlikler ve Formüller

Farklı trigonometrik gösterimlerin aynı geometrik ilişkiye nasıl ulaştığını görsel olarak inceleyin.



BELGE BİLGİLERİ

Belge kodu	AC-022
Yazı no	22
Sürüm	1.0
Sürüm tarihi	28 Eylül 2026
İçerik izi	95DA 29B6 25C9
Yayımlayan	ahmetcelen.com.tr

GÜNCELLEK KONTROLÜ

Bu belgeyi kullanmadan veya paylaşmadan önce güncelliğinden emin olunuz. QR kodu okutun ya da adrese girin: elinizdeki sürümün güncel olup olmadığını ve sonradan düzeltilen bir hata bulunup bulunmadığını gösterir.

ahmetcelen.com.tr/d/ac-022/1-0/

Hatalar düzeltildikçe yeni sürüm yayımlanır; bütün değişiklikler sitede sürüm geçmişiyle listelenir.

Bu belge tamamen ücretsizdir. Size satmaya çalışanlara itibar etmeyiniz.



Güncelliği kontrol et

İÇİNDEKİLER

1. Özdeşlik nedir?
2. Temel özdeşlik
3. Temel özdeşlikten türeyenler
4. Bölüm özdeşlikleri
5. Sadeleştirme
6. Toplam verilince çarpımı bulmak
7. Tümler açılarla sadeleştirme
8. Özdeşlik ispatı
9. Toplam formülleri
10. Tanjant toplam formülüyle açı bulmak
11. Fark formülleri
12. Açılar toplanmaz
13. İki kat açı formülleri
14. Bölgesi verilen açıda iki kat
15. Kısa hesap kalıpları
16. Kuvvet azaltma
17. Yarım açı formülleri
18. Üç kat açı
19. Toplamdan çarpıma dönüşüm
20. Çarpımdan toplama dönüşüm
21. Denklem çözmede özdeşlik
22. İki kat açıyla denklem
23. En büyük ve en küçük değer
24. Formüllerin özeti
25. Sınavda özdeşlikler
26. Sık yapılan hatalar
27. Hap bilgi özeti
28. Sık sorulanlar
29. Kontrol listesi

Özdeşlik nedir?

❏ ÖNCE ŞUNLARI BİL

Bu yazıyı daha rahat anlamak için trigonometrik oranları, özel açıları ve birim çemberi biliyor olman yeterli.

Temel bilgiler için [Trigonometrik Oranlar: Sinüs, Kosinüs, Tanjant ve Kotanjant](#) ve [Birim Çember Konu Anlatımı](#) yazılarına göz at.

Tanımlı olduğu her değer için doğru olan eşitliklere **özdeşlik** denir. Bir denklem yalnızca belirli değerlerde sağlanırken, bir özdeşlik değişken ne olursa olsun sağlanır. $\sin x = \frac{1}{2}$ bir denklemdir; $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ise bir özdeşliktir.

Kapaktaki yapboz bu fikri görselleştiriyor: aynı kare iki farklı biçimde parçalara ayrılmış, ama iki durumda da toplam alan aynı. Trigonometrik özdeşlikler de aynı değeri farklı parçalarla ifade eder ve bir sorunun hangi biçimde daha kolay çözüleceğini seçmeyi sağlar.

⇐ HAP BİLGİ

Özdeşlik, tanımlı olduğu her değer için doğrudur.

Denklem ise yalnızca belirli değerlerde sağlanır.

Temel özdeşlik

Birim çemberdeki nokta $(\cos x, \sin x)$ ve çemberin denklemi $x^2 + y^2 = 1$ olduğu için her açı için şu eşitlik doğrudur:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Bu özdeşlikten iki sık kullanılan biçim elde edilir: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ ve $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$. İfadede 1 ile bir karenin farkı görüldüğünde bu biçimlerin kullanılabileceği düşünülmelidir.

ÖRNEK

$\frac{1 - \sin^2 x}{\cos x}$ ifadesi verilsin, $\cos x \neq 0$.

İfadeyi sadeleştirelim.

Pay $\cos^2 x$ olarak yazılır.

$$\frac{\cos^2 x}{\cos x} = \cos x.$$

Temel özdeşlikten türeyenler

Temel özdeşliğin iki tarafı $\cos^2 x$ e bölünürse tanjantla, $\sin^2 x$ e bölünürse kotanjantla ilgili iki yeni özdeşlik elde edilir. Bölme yapılırken bölünen ifadenin sıfır olmadığı varsayılır.

Özdeşlik	Nereden gelir
$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$	İki taraf $\cos^2 x$ e bölünür
$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$	İki taraf $\sin^2 x$ e bölünür

ÖRNEK

$\tan x = 2$ olduğu biliniyor ve x dar açı.

$\cos^2 x$ değerini bulalım.

$$1 + \tan^2 x = 5 = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{5}.$$

HAP BİLGİ

Temel özdeşlik $\cos^2 x$ e bölününce $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$ elde edilir.

$\sin^2 x$ e bölününce $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$ elde edilir.

Bölüm özdeşlikleri

Tanjant ve kotanjant, sinüs ve kosinüsün bölümü olarak yazılır. Bu özdeşlikler, farklı oranlar içeren ifadeleri tek bir oran türüne çevirmenin en kısa yoludur.

Özdeşlik	Koşul
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\cos x \neq 0$
$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$	$\sin x \neq 0$
$\tan x \cdot \cot x = 1$	İkisi de tanımlıysa

Bir ifadede hem tanjant hem sinüs ve kosinüs varsa hepsini sinüs ve kosinüs cinsinden yazmak çoğu zaman sadeleştirmenin ilk adımıdır.

Sadeleştirme

Trigonometrik ifadeleri sadeleştirirken üç araç birlikte kullanılır: temel özdeşlik, bölüm özdeşlikleri ve cebirsel özdeşlikler. Tam kare açılımı ve iki kare farkı özellikle sık işe yarar.

ÖRNEK

$(\sin x + \cos x)^2$ ifadesi verilsin.

İfadeyi açıp sadeleştirelim.

$$(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x.$$

Temel özdeşlikle: $1 + 2\sin x \cos x$.

ÖRNEK

$\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ ifadesi verilsin.

İfadeyi sadeleştirelim.

Pay iki kare farkıdır: $(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x)$.

Sadeleşince $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ kalır.

Toplam verilince çarpımı bulmak

Sık sorulan bir soru tipinde $\sin x + \cos x$ toplamı verilir ve $\sin x \cos x$ çarpımı istenir. Toplamın karesi alınınca içinden temel özdeşlik ve çarpımın iki katı çıkar; böylece açının kendisini bulmadan çarpıma ulaşılır.

ÖRNEK

$\sin x + \cos x = \frac{7}{5}$ olduğu biliniyor.

$\sin x \cos x$ ve $\sin 2x$ değerlerini bulalım.

Kare alınırsa: $1 + 2\sin x \cos x = \frac{49}{25}$, yani $2\sin x \cos x = \frac{24}{25}$.

$\sin x \cos x = \frac{12}{25}$ ve $\sin 2x = \frac{24}{25}$ olur.

Aynı yol fark için de işler: $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2\sin x \cos x$ olduğundan toplamın karesi ile farkın karesinin toplamı her zaman 2 dir.

Tümler açılarla sadeleştirme

Toplamı 90° olan iki açıdan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne eşittir. Bu kural, özel olmayan açılarının karelerini içeren ifadeleri temel özdeşliğe çevirir ve hesap makinesi gerektirecek gibi görünen soruları birkaç satırda bitirir.

ÖRNEK

$\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ$ ifadesi verilsin.

İfadenin değerini bulalım.

70° ile 20° tümlerdir: $\sin 70^\circ = \cos 20^\circ$.

İfade $\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ$ olur ve değeri 1 dir.

Özdeşlik ispatı

Bir özdeşliği ispatlamak için genellikle daha karmaşık görünen taraftan başlanır ve adım adım diğer tarafa ulaşılır. İki tarafı birden değiştirmek yerine tek taraf üzerinde çalışmak, ispatın doğruluğunu güvenceye alır.

ÖRNEK

$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$ eşitliği verilsin.

Eşitliğin özdeşlik olduğunu gösterelim.

Sol taraf sinüs ve kosinüsle yazılır: $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x}$.

Pay 1 dir; sonuç sağ tarafa eşittir.

⚠ DİKKAT

Özdeşliği ispatlarken sonucu baştan doğru kabul etmek.

İspat, iki tarafın eşit olduğunu göstermelidir. Eşitliği baştan doğru sayıp iki tarafa işlem yapmak ve doğru bir eşitliğe varmak, başlangıçtaki eşitliğin doğru olduğunu kanıtlamaz.

Toplam formülleri

İki açının toplamının trigonometrik değerleri, açıların kendi değerlerinden hesaplanır. Bu formüller, özel olmayan birçok açının değerini özel açılardan bulmayı sağlar:

Formül	
$\sin(a + b)$	$\sin a \cos b + \cos a \sin b$
$\cos(a + b)$	$\cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\tan(a + b)$	$\frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$

ÖRNEK

$\sin 75^\circ$ değeri istensin.

Toplam formülüyle bulalım.

$75^\circ = 45^\circ + 30^\circ$: $\sin 75^\circ = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$.

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

Formüllerin birim çemberden ispatı ve daha fazla örnek için [Trigonometrik Toplam ve Fark Formülleri](#) yazısına bakabilirsiniz.

Tanjant toplam formülüyle açı bulmak

Tanjant toplam formülü yalnızca değer hesaplamak için değil, iki açının toplamını bulmak için de kullanılır. İki dar açının tanjantları biliniyorsa toplamlarının tanjantı hesaplanır, sonra hangi açıya karşılık geldiğine bakılır.

ÖRNEK

a ve b dar açılar, $\tan a = 2$ ve $\tan b = 3$ olsun.

$a + b$ toplamını bulalım.

$$\tan(a + b) = \frac{2+3}{1-2 \cdot 3} = \frac{5}{-5} = -1.$$

İki dar açının toplamı 0° ile 180° arasındadır; tanjantı -1 olan açı 135° dir.

Tanjant değeri tek başına açığı belirlemez; aynı tanjant değeri 180° arayla tekrar eder. Bu yüzden açının hangi aralıkta olduğu mutlaka ayrıca kontrol edilmelidir.

Fark formülleri

Fark formülleri, toplam formüllerinde b yerine $-b$ yazılarak elde edilir. Kosinüs çift, sinüs tek olduğu için yalnızca işaretler değişir:

Formül	
$\sin(a - b)$	$\sin a \cos b - \cos a \sin b$
$\cos(a - b)$	$\cos a \cos b + \sin a \sin b$
$\tan(a - b)$	$\frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

ÖRNEK

$\cos 15^\circ$ ve $\tan 15^\circ$ değerleri istensin.

Fark formülleriyle bulalım.

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

$$\tan 15^\circ = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} = 2 - \sqrt{3}.$$

$\cos 15^\circ$ ile $\sin 75^\circ$ nin aynı çıkması tesadüf değildir: iki açı tümlerdir ve bir açının kosinüsü tümlerinin sinüsüne eşittir.

Açılar toplanmaz

Trigonometrik fonksiyonlar toplamaya dağılmaz. $\sin(a + b)$ ifadesi $\sin a + \sin b$ ye eşit değildir; toplam formülü bu yüzden gereklidir.

ÖRNEK

$a = 30^\circ$ ve $b = 60^\circ$ verilsin.

$\sin(a + b)$ ile $\sin a + \sin b$ yi karşılaştıralım.

$$\sin 90^\circ = 1.$$

$$\sin 30^\circ + \sin 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}, \text{ yaklaşık } 1,37. \text{ İki değer farklıdır.}$$

HAP BİLGİ

$\sin(a + b)$ ifadesi $\sin a + \sin b$ ye eşit değildir; toplam formülü kullanılır.

İki kat açı formülleri

Toplam formüllerinde $a = b = x$ yazılınca iki kat açı formülleri elde edilir. Kosinüsün iki kat açı formülünün üç biçimi vardır ve temel özdeşlikle birbirine dönüşür:

Formül	
$\sin 2x$	$2\sin x \cos x$
$\cos 2x$	$\cos^2 x - \sin^2 x$
$\cos 2x$	$2\cos^2 x - 1$
$\cos 2x$	$1 - 2\sin^2 x$
$\tan 2x$	$\frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}$

ÖRNEK

x dar açı ve $\sin x = \frac{3}{5}$ olsun.

$\sin 2x$, $\cos 2x$ ve $\tan 2x$ değerlerini bulalım.

$$\cos x = \frac{4}{5}, \sin 2x = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{25}.$$

$$\cos 2x = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25} \text{ ve } \tan 2x = \frac{24}{7}.$$

İki kat ve yarım açı formüllerinin ayrıntılı anlatımı [İki Kat Açı ve Yarım Açı Formülleri](#) yazısında.

HAP BİLGİ

$\sin 2x = 2\sin x \cos x$ olur.

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ olur; bu fark $2\cos^2 x - 1$ ya da $1 - 2\sin^2 x$ olarak da yazılır.

Bölgesi verilen açıda iki kat

Açı ikinci bölgedeyse kosinüs negatif, sinüs pozitiftir. İki kat açı formülleri uygulanırken bu işaretler sonucu doğrudan etkiler; önce eksik oran temel özdeşlikle bulunur, işareti bölgeden seçilir, sonra formül uygulanır.

ÖRNEK

x ikinci bölgede ve $\cos x = -\frac{3}{5}$ olsun.

$\sin 2x$ ve $\cos 2x$ değerlerini bulalım.

$$\sin x = \frac{4}{5} \text{ tür. } \sin 2x = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}.$$

$$\cos 2x = \frac{9}{25} - \frac{16}{25} = -\frac{7}{25} \text{ olur.}$$

Kısa hesap kalıpları

İki kat açı formülleri tersten okunursa bazı çarpımlar ve farklar tek bir değere dönüşür. $\sin x \cos x$ çarpımı $\sin 2x$ in yarısıdır; $\cos^2 x - \sin^2 x$ farkı ise doğrudan $\cos 2x$ tir.

ÖRNEK

$\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ ve $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ ifadeleri verilsin.

İki ifadenin değerini bulalım.

$$\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ olur.}$$

Kuvvet azaltma

Kosinüsün iki kat açı formülü kare terimler için çözülünce kuvvet azaltma formülleri elde edilir. Bu formüller kareli ifadeleri birinci kuvvete indirir ve özellikle integral konusunda çok kullanılır:

Formül	
$\cos^2 x$	$\frac{1 + \cos 2x}{2}$
$\sin^2 x$	$\frac{1 - \cos 2x}{2}$

ÖRNEK

$\cos^2 15^\circ$ değeri istensin.

Kuvvet azaltma formülüyle bulalım.

$$\cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}.$$

$$\text{Sonuç } \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \text{ tür.}$$

Yarım açı formülleri

Kuvvet azaltma formüllerinde x yerine $\frac{x}{2}$ yazılıp karekök alınınca yarım açı formülleri elde edilir.

Karekökün işareti, yarım açının bulunduğu bölgeye göre seçilir:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

ÖRNEK

$\sin 15^\circ$ değeri istensin.

Yarım açı formülüyle bulalım.

15° birinci bölgededir, işaret pozitifdir: $\sin 15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{2}}$.

$$\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}, \text{ yaklaşık } 0,2588.$$

Üç kat açı

Toplam ve iki kat açı formülleri birleştirilerek üç kat açı formülleri de elde edilir. $\sin 3x = \sin(2x + x)$ yazılıp açılırsa sonuç yalnızca $\sin x$ cinsinden yazılabilir:

$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$$

ÖRNEK

$x = 30^\circ$ için formülü kontrol edelim.

İki tarafı ayrı ayrı hesaplayalım.

Sol taraf: $\sin 90^\circ = 1$.

Sağ taraf: $3 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$. İki taraf eşittir.

Toplamdan çarpıma dönüşüm

İki sinüsün ya da iki kosinüsün toplamı ve farkı bir çarpım olarak yazılabilir. Bu dönüşümler, toplam biçimindeki ifadeleri çarpanlarına ayırarak denklem çözmeyi ve sadeleştirmeyi kolaylaştırır:

Toplam	Çarpım
$\sin a + \sin b$	$2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$
$\sin a - \sin b$	$2\cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$
$\cos a + \cos b$	$2\cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$
$\cos a - \cos b$	$-2\sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$

ÖRNEK

$\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$ ifadesi verilsin.

Dönüşüm formülüyle hesaplayalım.

$$2\sin 45^\circ \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Sonuç $\frac{\sqrt{6}}{2}$ dir.

Çarpımdan toplama dönüşüm

Tersine, iki trigonometrik değerin çarpımı toplam olarak yazılabilir. Bu formüller toplam ve fark formüllerinin taraf tarafa toplanmasıyla elde edilir:

Çarpım	Toplam
$2\sin a \cos b$	$\sin(a + b) + \sin(a - b)$
$2\cos a \cos b$	$\cos(a + b) + \cos(a - b)$
$2\sin a \sin b$	$\cos(a - b) - \cos(a + b)$

ÖRNEK

$2\sin 75^\circ \cos 15^\circ$ ifadesi verilsin.

Çarpımı toplama çevirerek hesaplayalım.

$$\sin 90^\circ + \sin 60^\circ.$$

Sonuç $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ olur.

Denklemlerde özdeşlik

Trigonometrik denklemlerde farklı açılar ya da farklı oranlar varsa önce özdeşliklerle tek bir açığa ve tek bir orana indirgenir. Sonra denklem çarpanlarına ayrılır ve her çarpan ayrı ayrı çözülür.

ÖRNEK

$[0^\circ, 360^\circ)$ aralığında $\sin 2x = \sin x$ denklemi verilsin.

Denklemleri çözelim.

İki kat açı formülüyle: $2\sin x \cos x - \sin x = 0$, yani $\sin x(2\cos x - 1) = 0$.

$\sin x = 0$ için $x = 0^\circ$ ya da 180° ; $\cos x = \frac{1}{2}$ için $x = 60^\circ$ ya da 300° .

DİKKAT

Denklemin iki tarafını $\sin x$ e bölmek.

$\sin x$ e bölünseydi $2\cos x = 1$ kalır ve $\sin x = 0$ yapan 0° ile 180° çözümleri kaybolurdu. Bilinmeyen içeren bir ifadeye bölmek yerine ortak çarpan paranteze alınmalıdır.

İki kat açıyla denklem

Denklemden $\cos 2x$ ile $\cos x$ birlikte görünüyorsa $\cos 2x$ için $2\cos^2 x - 1$ biçimi seçilir. Böylece denklem $\cos x$ e göre ikinci dereceden bir denkleme dönüşür ve çarpanlara ayırarak çözülür.

ÖRNEK

$[0^\circ, 360^\circ)$ aralığında $\cos 2x = \cos x$ denklemi verilsin.

Denklemini çözelim.

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0, \text{ yani } (2\cos x + 1)(\cos x - 1) = 0.$$

$$\cos x = 1 \text{ için } x = 0^\circ; \cos x = -\frac{1}{2} \text{ için } x = 120^\circ \text{ ya da } 240^\circ.$$

En büyük ve en küçük değer

$a\sin x + b\cos x$ biçimindeki bir ifade, toplam formülü sayesinde tek bir sinüs olarak yazılabilir. Sonuçta ifadenin alabileceği en büyük değer $\sqrt{a^2 + b^2}$, en küçük değer ise bunun negatiftir.

ÖRNEK

$3\sin x + 4\cos x$ ifadesi verilsin.

İfadenin alabileceği en büyük ve en küçük değeri bulalım.

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5.$$

İfade $[-5, 5]$ aralığında değer alır.

Aynı fikirle $\sin x \cos x = \frac{\sin 2x}{2}$ çarpımının en büyük değerinin $\frac{1}{2}$ olduğu da hemen görülür.

HAP BİLGİ

Gündelik hayatta

Aynı frekanstaki iki ses dalgası üst üste bindiğinde yine bir dalga oluşur.

$3\sin x + 4\cos x$ toplamının en büyük değeri $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ olur; iki dalga ayrı ayrı en fazla 3 ve 4 olsa da toplam 7 olmaz.

Formüllerin özeti

En sık kullanılan formüller aşağıdaki tabloda bir araya getirilmiştir. Hepsi temel özdeşlik ile toplam formüllerinden türetilir; bu yüzden türetme yolunu bilmek, tabloyu ezberlemekten daha güvenilirdir.

Konu	Formül
Temel	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
Toplam	$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$
Toplam	$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
İki kat	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
İki kat	$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$
Kuvvet azaltma	$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

Sınavda özdeşlikler

📖 SINAVDA NASIL ÇIKAR

İleri düzeyde (AYT) özdeşlikler; sadeleştirme, toplam ve fark formülleriyle değer hesaplama, iki kat açı formülleri ve denklem çözme biçiminde karşına çıkabilir.

Dönüşüm formülleri ve yarım açı formülleri de özellikle değer hesaplama sorularında kullanılabilir.

Özdeşlik sorularında önce ifadede hangi açıların ve hangi oranların bulunduğu bak. Açılar farklıysa toplam ya da iki kat açı formülleriyle tek açığa, oranlar farklıysa bölüm özdeşlikleriyle sinüs ve kosinüse indir. Çoğu soru bu iki adımdan sonra temel özdeşlikle biter.

Sık yapılan hatalar

Hata	Doğrusu
$\sin(a + b) = \sin a + \sin b$	Toplam formülü kullanılır
$\sin 2x = 2 \sin x$	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
$\cos(a + b)$ de artı işareti kullanmak	Kosinüs toplamında eksi vardır
Yarım açıda işareti bölgeye göre seçmemek	İşaret yarım açının bölgesinden
Denklemden $\sin x$ e bölmek	Ortak çarpan alınır
$\cos 2x$ in yalnız bir biçimini bilmek	Üç biçim de kullanılabilir

Bu hataların çoğu formülleri ezberleyip nereden geldiğini bilmemekten doğar. Şüpheyi düşüldüğünde formülü özel bir açıyla, örneğin $x = 30^\circ$ ile denemek, doğru hatırlanıp hatırlanmadığını hemen gösterir.

🔑 Hap bilgi özeti

1 Özdeşlik, tanımlı olduğu her değer için doğrudur.

Denklem ise yalnızca belirli değerlerde sağlanır.

2 Temel özdeşlik $\cos^2 x$ e bölününce $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$ elde edilir.

$\sin^2 x$ e bölününce $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$ elde edilir.

3 $\sin(a + b)$ ifadesi $\sin a + \sin b$ ye eşit değildir; toplam formülü kullanılır.

4 $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ olur.

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ olur; bu fark $2\cos^2 x - 1$ ya da $1 - 2\sin^2 x$ olarak da yazılır.

5 **Gündelik hayatta**

Aynı frekanstaki iki ses dalgası üst üste bindiğinde yine bir dalga oluşur.

$3\sin x + 4\cos x$ toplamının en büyük değeri $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ olur; iki dalga ayrı ayrı en fazla 3 ve 4 olsa da toplam 7 olmaz.

? Sık sorulanlar

Trigonometrik özdeşlik nedir?

Tanımlı olduğu her açı için doğru olan trigonometrik eşitliktir. Sinüs kare artı kosinüs kare eşittir 1 en temel özdeşliktir.

Sinüs toplam formülü nedir?

$\sin(a + b)$, $\sin a$ çarpı $\cos b$ artı $\cos a$ çarpı $\sin b$ ye eşittir.

İki kat açı formülü nedir?

$\sin 2x$ eşittir $2 \sin x \cos x$ tir. $\cos 2x$ ise $\cos$ kare x eksi $\sin$ kare x , $2 \cos$ kare x eksi 1 ya da 1 eksi $2 \sin$ kare x biçiminde yazılabilir.

Kuvvet azaltma formülü ne işe yarar?

Sinüs ya da kosinüsün karesini iki kat açının kosinüsü cinsinden, yani birinci kuvvetten bir ifadeyle yazar. İntegral hesaplarında çok kullanılır.

Özdeşlik nasıl ispatlanır?

Genellikle karmaşık taraftan başlanır ve özdeşlikler adım adım uygulanarak diğer tarafa ulaşılır. İki tarafa birden işlem yapılmaz.

$\sin 75$ derece nasıl hesaplanır?

75 derece 45 ile 30 derecenin toplamı olarak yazılır ve toplam formülü uygulanır. Sonuç kök 6 artı kök 2 bölü 4 tür.

Tanjant toplam formülü nedir?

$\tan(a + b)$, $\tan a$ artı $\tan b$ nin 1 eksi $\tan a$ çarpı $\tan b$ ye bölümüdür. Payda sıfır olursa toplam açının tanjantı tanımsızdır.

3 $\sin x$ artı 4 $\cos x$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

3 ün karesi ile 4 ün karesinin toplamının karekökü, yani 5 tir. En küçük değeri ise eksi 5 tir.

☰ Kontrol listesi

- ☐ Özdeşlik ile denklem arasındaki farkı açıklayabiliyorum.
- ☐ Temel özdeşliği ve ondan türeyen özdeşlikleri kullanabiliyorum.
- ☐ Bölüm özdeşlikleriyle ifadeleri sinüs ve kosinüse çevirebiliyorum.
- ☐ Trigonometrik ifadeleri sadeleştirebiliyorum.
- ☐ Bir özdeşliği adım adım ispatlayabiliyorum.
- ☐ Toplam ve fark formülleriyle değer hesaplayabiliyorum.
- ☐ İki kat açı formüllerini kullanabiliyorum.
- ☐ Kuvvet azaltma ve yarım açı formüllerini uygulayabiliyorum.
- ☐ Toplamdan çarpıma ve çarpımdan toplama dönüşüm yapabiliyorum.
- ☐ Özdeşliklerle trigonometrik denklem çözebiliyorum.

Bu belge hakkında. Bu PDF, ahmetcelen.com.tr'deki [Trigonometrik Özdeşlikler ve Formüller](#) yazısının AC-022 kodlu belgesinin 1.0 sürümüdür.

Sürüm geçmişi ve değişiklikler: [ahmetcelen.com.tr/d/ac-022/](#). Güncel sürümü ve bütün konuların PDF'lerini [ahmetcelen.com.tr/pdf/](#) adresinde bulabilirsiniz. Elinizdeki dosyanın bizim yayımladığımız sürümle birebir aynı olup olmadığını [ahmetcelen.com.tr/d/](#) adresinde denetleyebilirsiniz; dosya cihazınızdan dışarı gönderilmez.

© 2026 ahmetcelen.com.tr · Eğitime Bir Tık Katkı

Üniversite ve kamu sınavlarına hazırlananlar için ücretsiz matematik kaynakları.
Bu belgenin güncel hâli ve çok daha fazlası sitede.



PDF merkezi



Konu anlatımları

Baştan sona anlatım, hap bilgiler ve çözümlü örnekler
ahmetcelen.com.tr/blog/



PDF merkezi

Her konunun güncel PDF'i, sürüm geçmişi ve belge doğrulama
ahmetcelen.com.tr/pdf/



Çıkış sorular

TYT, AYT, MSÜ, DGS ve KPSS çıkış soruları
ahmetcelen.com.tr/ss/



Sınav geri sayımları

ÖSYM takvimine göre sınavlara kalan süre
ahmetcelen.com.tr/sinavlar/



Video çözümler

Konu anlatımı ve soru çözüm videoları
ahmetcelen.com.tr/video/



Belge doğrulama

Elinizdeki PDF'in güncel ve değiştirilmemiş olduğunu denetleyin
ahmetcelen.com.tr/d/



Üniversite topluluklarını, etkinlikleri ve şirketleri tek uygulamada buluşturan ücretsiz kampüs platformu.

• Dijital portföy

Katıldığın etkinlikleri ve sertifikalarını
uniconnectly.com/@kullaniciadi adresinde herkese açık sergile

• Sertifikalar

Platformda verilen sertifikalar doğrulanmış işaretli, edu.tr e-postan onaylı

• Topluluklar ve etkinlikler

Üniversitendeki toplulukları ve takvimi tek ekranda gör, başvuru etkinliklere katıl

• Doğrulanabilir katılım

QR ile giriş yaptığın etkinlikler portföyünde doğrulanmış listelenir

• Anlık fırsatlar

Staj, iş ve burs duyuruları akışına düşer

• Üye kartı indirimleri

Takip ettiğin toplulukların anlaşmalı işletme indirimlerinden yararlan



Ücretsiz keşfet

QR kodu okutun ya da uniconnectly.com adresine girin.



Diğer yapılarımız

UniConnectly gibi bunlar da bizim yapılarımız. Bu belgeyi ücretsiz sunuyoruz; yapılarımızı keşfetmeniz ve çevrenizle paylaşmanız, bu çalışmaları sürdürmemiz için en büyük destektir.



Eđitim fakóltesi ve öğretmenlik düşünöner için: bölüm rehberleri, öğretmenlik mesleği ve eğitim teknolojileri üzerine kaynaklı yazılar.

bote.web.tr



Hayvanseverlerin sosyal medyası ve veteriner akıllı klinik yönetim uygulaması.

veterito.com