

Denklem ve Parabol

TYT

AYT

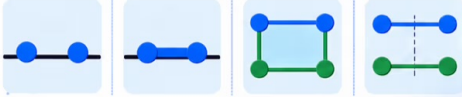
# Kökler Toplamı ve Kökler Çarpımı Nasıl Bulunur?

İkinci dereceden bir denklemin köklerini bulmadan onların toplamını ve çarpımını hesaplamak mümkündür: ikisi de doğrudan katsayılardan okunur. Bu bağıntılar, köklerle kurulan pek çok ifadeyi tek satırda hesaplamayı ve kökleri verilen denklemleri hemen yazmayı sağlar. Bu yazıda kökler toplamı ve çarpımı formüllerini ve nedenlerini, köklerin kareleri, küpleri, tersleri ve farkıyla ilgili ifadeleri, kökleri verilen ya da türetilen denklemleri, parametrelili soruları ve köklerin işaretlerini çözümlü örneklerle ele alıyoruz.



## Kökler Toplamı ve Kökler Çarpımı Nasıl Bulunur?

İki kökün birlikte oluşturduğu toplam ve çarpım ilişkisini görsel modellerle kavrayın.





### BELGE BİLGİLERİ

|              |                   |
|--------------|-------------------|
| Belge kodu   | AC-013            |
| Yazı no      | 13                |
| Sürüm        | 1.0               |
| Sürüm tarihi | 28 Eylül 2026     |
| İçerik izi   | F8BC D30A ABF8    |
| Yayımlayan   | ahmetcelen.com.tr |

### GÜNCELLEK KONTROLÜ

Bu belgeyi kullanmadan veya paylaşmadan önce güncelliğinden emin olunuz. QR kodu okutun ya da adrese girin: elinizdeki sürümün güncel olup olmadığını ve sonradan düzeltilen bir hata bulunup bulunmadığını gösterir.

[ahmetcelen.com.tr/d/ac-013/1-0/](https://ahmetcelen.com.tr/d/ac-013/1-0/)

Hatalar düzeltildikçe yeni sürüm yayımlanır; bütün değişiklikler sitede sürüm geçmişiyle listelenir.



Güncelliği kontrol et

Bu belge tamamen ücretsizdir. Size satmaya çalışanlara itibar etmeyiniz.

## İÇİNDEKİLER

1. Kökler toplamı ve çarpımı formülleri
2. Formüller neden doğrudur?
3. Temel örnek
4. Bir kök biliniyorsa diğeri
5. Köklerin kareleri toplamı
6. Köklerin terslerinin toplamı
7. Köklerin küpleri toplamı
8. Kareler toplamından parametre bulmak
9. Kökler arasındaki fark
10. Diğer simetrik ifadeler
11. Kökleri verilen denklemi yazmak
12. Kökleri türetilen denklem
13. Köklerin kareleri kök olan denklem
14. Köklerin tersleri kök olan denklem
15. Toplam ve çarpımdan katsayı bulmak
16. Kökler toplamından parametre bulmak
17. Kökler arasında bir bağıntı verildiğinde
18. Eşit kökler
19. Tam sayı kökler
20. Köklerin işaretleri
21. Simetrik ve ters kökler
22. Toplam ve çarpımdan iki sayı bulmak
23. Üçüncü dereceden denklemlere uzantı
24. Formülleri doğru hatırlamanın yolu
25. Sınavda kökler toplamı ve çarpımı
26. Sık yapılan hatalar
27. Hap bilgi özeti
28. Sık sorulanlar
29. Kontrol listesi

## Kökler toplamı ve çarpımı formülleri

### ❏ ÖNCE ŞUNLARI BİL

Bu yazıyı daha rahat anlamak için ikinci dereceden denklemleri ve kök formülünü biliyor olman yeterli.

Temel bilgiler için [İkinci Dereceden Denklemler Konu Anlatımı](#) yazısına göz at.

$ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olsun. Köklerin toplamı ve çarpımı, kökler hiç bulunmadan katsayılardan hesaplanır. Bu eşitliklere, onları ilk kez sistemli biçimde kullanan matematikçinin adıyla

**Vieta bağıntıları** denir:

| Bağıntı        | Formül                        |
|----------------|-------------------------------|
| Kökler toplamı | $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$    |
| Kökler çarpımı | $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ |

Kapaktaki öğrenciler bu iki bağıntıyı somut modellerle gösteriyor: toplam iki uzunluğun art arda eklenmesiyle, çarpım ise kenarları bu iki uzunluk olan dikdörtgenin alanıyla canlanıyor.

### ⇒ HAP BİLGİ

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ ve } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Toplamda eksi işareti vardır, çarpımda yoktur.

## Formüller neden doğrudur?

Kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olan denklem, baş katsayı  $a$  olmak üzere  $a(x - x_1)(x - x_2) = 0$  biçiminde yazılabilir. Parantezler açılınca aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1x_2 = ax^2 + bx + c$$

Aynı kuvvetlerin katsayıları eşitlenir:  $x$  in katsayılarından  $-a(x_1 + x_2) = b$ , sabit terimlerden  $ax_1x_2 = c$  bulunur. İki formül de buradan doğrudan çıkar. Bu açıklama, formüllerin ezberlenmesi gereken kurallar değil, çarpanlara ayırmanın bir sonucu olduğunu gösterir.

Aynı sonuç kök formülünden de elde edilir:  $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  ile  $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$  toplanınca karekökler birbirini götürür ve  $-\frac{b}{a}$  kalır. Çarpılınca da iki kare farkı  $b^2 - \Delta = 4ac$  verir ve sonuç  $\frac{c}{a}$  olur.

## Temel örnek

Formülleri kullanmadan önce denklem standart biçime getirilir ve katsayılar işaretleriyle birlikte okunur. Eşitliğin iki tarafında terim varsa hepsi bir tarafa toplanmadan okunan katsayılar yanlış sonuç verir; bu yüzden ilk adım her zaman sağ tarafı sıfır yapmaktır.

### ÖRNEK

$2x^2 - 6x + 4 = 0$  denklemi verilsin.

Kökler toplamını ve çarpımını bulup kökleri bularak kontrol edelim.

Toplam:  $-\frac{-6}{2} = 3$ . Çarpım:  $\frac{4}{2} = 2$ .

Denklem  $2(x - 1)(x - 2) = 0$  olarak çarpanlarına ayrılır; kökler 1 ve 2 dir. Toplamları 3, çarpımları 2 dir.

### DİKKAT

Toplamda eksi işaretini unutmak.

Kökler toplamı  $-\frac{b}{a}$  dir;  $\frac{b}{a}$  değil. Örnekte  $\frac{b}{a} = -3$  olurdu, bu da köklerin gerçek toplamının tersidir.

## Bir kök biliniyorsa diğeri

Köklerden biri biliniyorsa diğeri bulmak için denklemi çözmeye gerek yoktur. Toplam formülünden bilinen kök çıkarılır ya da çarpım formülü bilinen köke bölünür. İki yol da aynı sonucu verir ve biri diğeri kontrolü olarak kullanılabilir.

### ÖRNEK

$x^2 - 7x + 10 = 0$  denkleminin bir kökü 2 dir.

Diğer kökü bulalım.

Toplamdan:  $7 - 2 = 5$ .

Çarpımdan:  $10 : 2 = 5$ . İki yol aynı sonucu verir.

#### ÖRNEK

$3x^2 - x - 2 = 0$  denkleminin bir kökü 1 dir.

Diğer kökü bulalım.

Çarpım  $\frac{c}{a} = -\frac{2}{3}$  dir ve bir kök 1 dir.

Diğer kök  $-\frac{2}{3}$  dir. Toplamdan kontrol:  $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$  ve  $-\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$  dir.

## Köklerin kareleri toplamı

Köklerle kurulan ifadelerin çoğu toplam ve çarpım cinsinden yazılabilir. Bu yazıda kısaca  $S = x_1 + x_2$  ve  $P = x_1x_2$  gösterimleri kullanılacaktır. Karelerin toplamı için tam kare özdeşliğinden yararlanılır:

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$$

#### ÖRNEK

$x^2 - 5x + 3 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olsun.

$x_1^2 + x_2^2$  değerini bulalım.

$S = 5$  ve  $P = 3$ .

$x_1^2 + x_2^2 = 25 - 6 = 19$ .

Bu denklemin kökleri irrasyoneldir:  $\frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$ . Kökleri bulup karelerini toplamak uzun bir işlemdir; formül ise sonucu tek satırda verir.

#### HAP BİLGİ

Köklerin kareleri toplamı  $S^2 - 2P$  olur.

Bu değer  $S^2$  ile karıştırılmamalıdır; aradaki fark  $2P$  kadardır.

## Köklerin terslerinin toplamı

Köklerin terslerinin toplamı payda eşitlenerek toplam ve çarpım cinsinden yazılır:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{S}{P}$$

#### ÖRNEK

$x^2 - 5x + 3 = 0$  denklemi verilsin.

Köklerin terslerinin toplamını bulalım.

$$\frac{S}{P} = \frac{5}{3}.$$

Bu formül yalnızca köklerden hiçbiri sıfır değilse, yani  $P \neq 0$  ise anlamlıdır. Sabit terimi sıfır olan bir denklemde köklerden biri 0 dır ve tersi tanımsızdır.

## Köklerin küpleri toplamı

Küplerin toplamı, küp toplamı özdeşliğinden ya da tam küp açılımından toplam ve çarpım cinsinden yazılır:

$$x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS$$

### ÖRNEK

$x^2 - 5x + 3 = 0$  denklemi verilsin.

Köklerin küpleri toplamını bulalım.

$$S^3 = 125 \text{ ve } 3PS = 45.$$

$$x_1^3 + x_2^3 = 125 - 45 = 80.$$

Bu örnek, bağıntıların asıl gücünü gösterir: kökler irrasyonel olduğu hâlde küplerinin toplamı bir tam sayıdır. Kökleri bulup küplerini almak hem uzun sürer hem de hata yapma olasılığını artırır; toplam ve çarpımla yapılan hesap ise yalnızca birkaç çarpma işlemidir.

## Kareler toplamından parametre bulmak

Köklerle kurulan bir ifadenin değeri verilmişse ifade  $S$  ve  $P$  cinsinden yazılır ve parametre bu denklemden bulunur. Sonra bulunan değerler için köklerin gerçekten var olduğu diskriminantla denetlenir.

### ÖRNEK

$x^2 - mx + 4 = 0$  denkleminin kökleri için  $x_1^2 + x_2^2 = 17$  dir.

$m$  yi bulalım.

$$S = m \text{ ve } P = 4: m^2 - 8 = 17, \text{ yani } m^2 = 25 \text{ ve } m = \pm 5.$$

İki değer için de  $\Delta = 25 - 16 = 9 > 0$  dır; kökler gerçektir.

## Kökler arasındaki fark

Köklerin farkının karesi de toplam ve çarpımla yazılır:  $(x_1 - x_2)^2 = S^2 - 4P$ . Karekök alınınca kökler arasındaki uzaklık bulunur. Bu ifade, baş katsayısı 1 olan denklemde diskriminantla eşittir.

### ÖRNEK

$x^2 - 5x + 3 = 0$  denklemi verilsin.

Kökler arasındaki farkın mutlak değerini bulalım.

$$S^2 - 4P = 25 - 12 = 13.$$

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{13}.$$

## Diğer simetrik ifadeler

Kökler yer değiştirdiğinde değişmeyen ifadelere simetrik ifade denir ve her simetrik ifade  $S$  ile  $P$  cinsinden yazılabilir. En sık karşılaşılanlar aşağıdadır:

| İfade                               | $S$ ve $P$ ile       | $x^2 - 5x + 3 = 0$ için |
|-------------------------------------|----------------------|-------------------------|
| $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$               | $P \cdot S$          | 15                      |
| $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ | $\frac{S^2 - 2P}{P}$ | $\frac{19}{3}$          |
| $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$                | $P + S + 1$          | 9                       |
| $(x_1 - 2)(x_2 - 2)$                | $P - 2S + 4$         | -3                      |

Böyle bir ifadeyle karşılaşınca yapılacak iş, ifadeyi açıp içinde  $x_1 + x_2$  ve  $x_1x_2$  parçalarını aramaktır. Parantezli ifadeler açıldığında bu parçalar kendiliğinden ortaya çıkar. Simetrik olmayan bir ifade, örneğin yalnızca  $x_1$  in karesi, bu yolla hesaplanamaz; o durumda kökleri bulmak gerekir.

## Kökleri verilen denklemi yazmak

Kökleri bilinen bir denklem, toplam ve çarpım kullanılarak doğrudan yazılır. Baş katsayısı 1 olan denklem şudur:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

### ÖRNEK

Kökleri 3 ve -4 olan denklem istensin.

Denklemi yazalım.

$$S = -1 \text{ ve } P = -12.$$

$$x^2 + x - 12 = 0. \text{ Kontrol: } (x - 3)(x + 4) = x^2 + x - 12.$$

Baş katsayısı 1 olmayan bir denklem istenirse bu denklem istenen sayıyla çarpılır. Kökler değişmez, çünkü denklemin iki tarafını sıfırdan farklı bir sayıyla çarpmak çözüm kümesini etkilemez.

### HAP BİLGİ

Toplamı  $S$ , çarpımı  $P$  olan iki sayı  $x^2 - Sx + P = 0$  denkleminin kökleridir.

## Kökleri türetilen denklem

Bazı sorularda verilen denklemin köklerinden türetilen sayıları kök kabul eden yeni bir denklem istenir. Yeni köklerin toplamı ve çarpımı eski  $S$  ve  $P$  cinsinden hesaplanır.

#### ÖRNEK

$x^2 - 5x + 3 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

Kökleri  $2x_1$  ve  $2x_2$  olan denklemi yazalım.

Yeni toplam  $2S = 10$ , yeni çarpım  $4P = 12$ .

$$x^2 - 10x + 12 = 0.$$

#### ÖRNEK

Aynı denklem verilsin.

Kökleri  $x_1 + 1$  ve  $x_2 + 1$  olan denklemi yazalım.

Yeni toplam  $S + 2 = 7$ , yeni çarpım  $P + S + 1 = 9$ .

$$x^2 - 7x + 9 = 0.$$

## Köklerin kareleri kök olan denklem

Kökleri  $x_1^2$  ve  $x_2^2$  olan denklemi yazmak için yeni köklerin toplamı ve çarpımı hesaplanır. Toplam, kareler toplamıdır; çarpım ise eski çarpımın karesidir.

#### ÖRNEK

$x^2 - 5x + 3 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

Kökleri  $x_1^2$  ve  $x_2^2$  olan denklemi yazalım.

Yeni toplam  $S^2 - 2P = 19$ , yeni çarpım  $P^2 = 9$ .

$$x^2 - 19x + 9 = 0.$$

## Köklerin tersleri kök olan denklem

Kökleri  $\frac{1}{x_1}$  ve  $\frac{1}{x_2}$  olan denklemin katsayıları, ilk denklemin katsayılarının ters sırada yazılmasıyla elde edilir. Bunun nedeni,  $x$  yerine  $\frac{1}{x}$  yazılıp paydadan kurtulunca katsayıların yer değiştirmesidir.

#### ÖRNEK

$x^2 - 5x + 3 = 0$  denklemi verilsin.

Kökleri bu denklemin köklerinin tersleri olan denklemi yazalım.

Yeni toplam  $\frac{S}{P} = \frac{5}{3}$ , yeni çarpım  $\frac{1}{P} = \frac{1}{3}$ .

$x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{1}{3} = 0$ , yani  $3x^2 - 5x + 1 = 0$ . Katsayılar 1, -5, 3 ün ters sırasıdır.

## Toplam ve çarpımdan katsayı bulmak

Denklemin katsayıları bilinmiyor ama kökler toplamı ve çarpımı biliniyorsa katsayılar doğrudan yazılır. Baş katsayı 1 olduğunda  $b$  toplamın ters işaretlisi,  $c$  ise çarpımın kendisidir.

#### ÖRNEK

$x^2 + ax + b = 0$  denkleminin kökler toplamı 4, kökler çarpımı  $-5$  tir.

$a$  ve  $b$  yi bulalım.

$-a = 4$ , yani  $a = -4$ .  $b = -5$ .

Denklem  $x^2 - 4x - 5 = 0$  dir; kökleri 5 ve  $-1$  dir.

## Kökler toplamından parametre bulmak

Denklemden bir parametre varsa ve kökler toplamı ya da çarpımı verilmişse formül parametre için doğrudan bir denklem verir.

#### ÖRNEK

$x^2 - (m + 2)x + 2m - 1 = 0$  denkleminin kökler toplamı 5 tir.

$m$  yi bulalım.

$S = m + 2 = 5$ , yani  $m = 3$ .

Denklem  $x^2 - 5x + 5 = 0$  olur. Diskriminantı  $25 - 20 = 5 > 0$  olduğu için gerçekten iki gerçek kökü vardır.

#### ⚠ DİKKAT

Parametreyi bulduktan sonra köklerin varlığını denetlememek.

Kökler toplamı formülü, kökler gerçek olmasa da cebirsel olarak çalışır. Soru gerçek kökler istiyorsa bulunan parametre için diskriminantın negatif olmadığı ayrıca kontrol edilmelidir.

## Kökler arasında bir bağıntı verildiğinde

Kökler arasında bir ilişki verilmişse bu ilişki toplam formülüyle birlikte kullanılarak kökler bulunur, sonra çarpım formülünden parametre hesaplanır.

#### ÖRNEK

$x^2 - 9x + m = 0$  denkleminin bir kökü diğerinin iki katıdır.

Kökleri ve  $m$  yi bulalım.

Kökler  $k$  ve  $2k$  olsun: toplam  $3k = 9$ , yani  $k = 3$ . Kökler 3 ve 6 dir.

$m = P = 18$ .

#### ÖRNEK

$x^2 - 7x + m = 0$  denkleminin kökleri arasındaki fark 3 tür.

$m$  yi bulalım.

$x_1 + x_2 = 7$  ve  $x_1 - x_2 = 3$ ; buradan  $x_1 = 5$  ve  $x_2 = 2$ .

$m = 5 \cdot 2 = 10$ .

## Eşit kökler

Denklemin kökleri eşitse, yani çakışıkça, iki kök de toplamın yarısına eşittir ve çarpım bu değer in karesidir. Bu gözlem, diskriminantı sıfıra eşitlemenin yanında ikinci bir çözüm yolu verir.

#### ÖRNEK

$x^2 - 6x + m = 0$  denkleminin kökleri eşittir.

$m$  yi bulalım.

Toplam 6 olduğu için iki kök de 3 tür.

$m = P = 3 \cdot 3 = 9$ . Kontrol:  $\Delta = 36 - 36 = 0$ .

## Tam sayı kökler

Köklerin tam sayı olması istendiğinde toplam sabitse kökler, toplamı bu sayıya eşit olan tam sayı çiftleri arasından seçilir. Her çift bir çarpım, yani bir parametre değeri verir.

#### ÖRNEK

$x^2 - 8x + m = 0$  denkleminin kökleri pozitif tam sayılardır.

$m$  nin alabileceği değerlerin sayısını bulalım.

Toplamı 8 olan pozitif tam sayı çiftleri: 1 ile 7, 2 ile 6, 3 ile 5, 4 ile 4.

Çarpımlar 7, 12, 15 ve 16 dır;  $m$  nin 4 değeri vardır.

## Köklerin işaretleri

Kökler bulunmadan işaretleri de belirlenebilir. Çarpım, köklerin aynı mı ters mi işaretli olduğunu söyler; aynı işaretliyse toplam bu ortak işareti verir. Önce diskriminantla gerçek köklerin varlığı kontrol edilmelidir.

| Çarpım $P$ | Toplam $S$ | Kökler           |
|------------|------------|------------------|
| Pozitif    | Pozitif    | İkisi de pozitif |
| Pozitif    | Negatif    | İkisi de negatif |
| Negatif    | Herhangi   | Ters işaretli    |
| Sıfır      | Herhangi   | Biri sıfır       |

#### ÖRNEK

$x^2 + 3x - 10 = 0$  denklemi verilsin.

Köklerin işaretlerini bulalım.

$P = -10 < 0$ ; kökler ters işaretlidir.

$S = -3 < 0$  olduğu için negatif kökün mutlak değeri daha büyüktür. Gerçekten kökler 2 ve  $-5$  tir.

İşaret tablosu yalnızca gerçek kökler için anlamlıdır. Çarpım ve toplam pozitif olsa bile diskriminant negatifse denklemin gerçek kökü yoktur; bu yüzden işaret sorularında ilk adım her zaman diskriminantı kontrol etmektir.

#### HAP BİLGİ

Kökler çarpımı negatifse kökler ters işaretlidir.

Çarpım pozitifse kökler aynı işaretlidir ve bu ortak işareti kökler toplamı belirler.

## Simetrik ve ters kökler

Köklerin birbirinin ters işaretlisi olması, yani  $x_1 = -x_2$  olması toplamın sıfır olması demektir; bu da  $b = 0$  koşulunu verir. Köklerin birbirinin çarpıma göre tersi olması ise çarpımın 1 olması, yani  $c = a$  demektir.

#### ÖRNEK

$x^2 + (m - 3)x - 4 = 0$  denkleminin kökleri birbirinin ters işaretlisidir.

$m$  yi ve kökleri bulalım.

Toplam sıfır olmalıdır:  $m - 3 = 0$ , yani  $m = 3$ .

Denklem  $x^2 - 4 = 0$  olur; kökler 2 ve  $-2$  dir.

#### ÖRNEK

$2x^2 + 5x + m = 0$  denkleminin kökleri birbirinin çarpıma göre tersidir.

$m$  yi bulalım.

Çarpım 1 olmalıdır:  $\frac{m}{2} = 1$ , yani  $m = 2$ .

Denklem  $2x^2 + 5x + 2 = 0$  olur ve kökler  $-\frac{1}{2}$  ile  $-2$  dir; çarpımları gerçekten 1 dir.

## Toplam ve çarpımdan iki sayı bulmak

Toplamı ve çarpımı bilinen iki sayı,  $x^2 - Sx + P = 0$  denkleminin kökleridir. Bu gözlem, uzunluk ve alan problemlerini doğrudan bir denkleme çevirir.

#### ÖRNEK

Bir dikdörtgenin çevresi 20 santimetre, alanı 24 santimetrekaredir.

Kenar uzunluklarını bulalım.

Kenarların toplamı yarı çevredir: 10. Çarpımları alandır: 24.

Kenarlar  $x^2 - 10x + 24 = 0$  denkleminin kökleridir:  $(x - 4)(x - 6) = 0$ . Kenarlar 4 ve 6 santimetredir.

Kapaktaki modelin söylediği de budur: iki uzunluğun art arda dizilmesi toplamı, bu uzunluklarla kurulan dikdörtgenin alanı çarpımı verir. İkisi birlikte bilindiğinde uzunlukların kendisi de bulunur.

#### HAP BİLGİ

##### Gündelik hayatta

Çevresi 26 metre, alanı 40 metrekare olan dikdörtgen bir odanın kenarları, toplamı 13 ve çarpımı 40 olan iki sayıdır.

Bu sayılar  $x^2 - 13x + 40 = 0$  denkleminin kökleri olan 5 ve 8 olur; oda 5 metreye 8 metredir.

## Üçüncü dereceden denklemlere uzantı

Vieta bağıntıları daha yüksek dereceli denklemlerde de geçerlidir.  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$ ,  $x_2$  ve  $x_3$  ise:

| Bağıntı                    | Formül         |
|----------------------------|----------------|
| $x_1 + x_2 + x_3$          | $-\frac{b}{a}$ |
| $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$ | $\frac{c}{a}$  |
| $x_1x_2x_3$                | $-\frac{d}{a}$ |

#### ÖRNEK

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$  denklemi verilsin.

Bağıntıları hesaplayıp köklerle karşılaştıralım.

Toplam 6, ikili çarpımlar toplamı 11, çarpım 6.

Kökler 1, 2 ve 3 tür:  $1 + 2 + 3 = 6$ ,  $1 + 2 + 3 + 6 = 11$  ve  $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ .

## Formülleri doğru hatırlamanın yolu

Kökler toplamı ve çarpımı formüllerinde en çok karıştırılan şey işaretlerdir. Bunları hatırlamanın güvenilir yolu, kökleri bilinen küçük bir denklemi zihinde açmaktır. Kökleri 1 ve 2 olan denklem  $(x - 1)(x - 2) = x^2 - 3x + 2 = 0$  dır.

Bu denklemde köklerin toplamı 3, çarpımı 2 dir. Katsayılar ise  $a = 1$ ,  $b = -3$ ,  $c = 2$  dir. Toplamın 3 çıkması için  $-\frac{b}{a}$  yazılması gerektiği, çarpımın 2 çıkması için ise  $\frac{c}{a}$  nin yeterli olduğu hemen görülür. Birkaç saniyelik bu deneme, formülü yanlış hatırlamaktan doğan hataların tamamını önler.

## Sınavda kökler toplamı ve çarpımı

### 📖 SINAVDA NASIL ÇIKAR

Temel düzeyde (TYT) kökler toplamı ve çarpımı, köklerin kareleri toplamı ve kökleri verilen denklemleri yazma biçiminde karşına çıkabilir.

İleri düzeyde (AYT) kökleri türetilen denklemler, parametrelili sorular, köklerin işaretleri ve üçüncü dereceden denklemlerde Vieta bağıntıları da sorulabilir.

Soru köklerle kurulmuş bir ifade istiyorsa kökleri bulmaya çalışma. İfadeyi açıp toplam ve çarpım parçalarını bul; kökler irrasyonel olsa bile sonuç çoğu zaman tam sayı ya da basit bir kesir çıkar.

## Sık yapılan hatalar

| Hata                                           | Doğrusu                  |
|------------------------------------------------|--------------------------|
| Toplamı $\frac{b}{a}$ almak                    | Toplam $-\frac{b}{a}$    |
| Çarpımı $-\frac{c}{a}$ almak                   | Çarpım $\frac{c}{a}$     |
| Kareler toplamını $S^2$ sanmak                 | $S^2 - 2P$               |
| Standart biçime getirmeden katsayı okumak      | Önce bir tarafa toplanır |
| Parametre bulunca köklerin varlığına bakmamak  | Diskriminant denetlenir  |
| Üçüncü derecede çarpımın işaretini karıştırmak | Çarpım $-\frac{d}{a}$    |

Bu hataların çoğu işaretlerle ilgilidir. Formülü doğru hatırlayıp hatırlamadığını denetlemenin en hızlı yolu, kökleri bilinen küçük bir denklemde, örneğin  $(x - 1)(x - 2) = 0$  da, formülü denemektir.

## 🔑 Hap bilgi özeti

1  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  ve  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Toplamda eksi işareti vardır, çarpımda yoktur.

2 Köklerin kareleri toplamı  $S^2 - 2P$  olur.

Bu değer  $S^2$  ile karıştırılmamalıdır; aradaki fark  $2P$  kadardır.

3 Toplamı  $S$ , çarpımı  $P$  olan iki sayı  $x^2 - Sx + P = 0$  denkleminin kökleridir.

4 Kökler çarpımı negatifse kökler ters işaretlidir.

Çarpım pozitifse kökler aynı işaretlidir ve bu ortak işareti kökler toplamı belirler.

5

Gündelik hayatta

Çevresi 26 metre, alanı 40 metrekare olan dikdörtgen bir odanın kenarları, toplamı 13 ve çarpımı 40 olan iki sayıdır.

Bu sayılar  $x^2 - 13x + 40 = 0$  denkleminin kökleri olan 5 ve 8 olur; oda 5 metreye 8 metredir.

## ? Sık sorulanlar

### Kökler toplamı nasıl bulunur?

$ax^2 + bx + c = 0$  kare artı  $bx$  artı  $c$  eşittir sıfır denkleminde kökler toplamı  $-b/a$  dır. Kökleri bulmaya gerek yoktur.

### Kökler çarpımı nasıl bulunur?

Kökler çarpımı  $c/a$  dır. Çarpım negatifse kökler ters işaretlidir.

### Köklerin kareleri toplamı nasıl hesaplanır?

Kökler toplamının karesinden kökler çarpımının iki katı çıkarılır. Toplamı 5, çarpımı 3 olan köklerin kareleri toplamı 19 dur.

### Kökleri verilen denklem nasıl yazılır?

Kökler toplamı ve çarpımı hesaplanır. Baş katsayısı 1 olan denklem  $x^2 - (\text{toplam})x + (\text{çarpım}) = 0$  olarak yazılır.

### Köklerin işaretleri kökleri bulmadan nasıl anlaşılır?

Çarpım negatifse kökler ters işaretlidir. Çarpım pozitifse kökler aynı işaretlidir ve toplamın işareti bu ortak işareti verir.

### Vieta bağıntıları üçüncü dereceden denklemlerde geçerli mi?

Evet. Kökler toplamı  $-b/a$ , ikili çarpımlar toplamı  $c/a$ , kökler çarpımı  $-d/a$  dır.

## ☰ Kontrol listesi

☐ Kökler toplamı ve çarpımı formüllerini yazabiliyorum.

☐ Formüllerin nereden geldiğini açıklayabiliyorum.

☐ Köklerin kareleri ve küpleri toplamını hesaplayabiliyorum.

☐ Köklerin terslerinin toplamını bulabiliyorum.

☐ Kökler arasındaki farkı hesaplayabiliyorum.

☐ Kökleri verilen denklemi yazabiliyorum.

☐ Kökleri türetilen yeni denklemi kurabiliyorum.

- ☐ Kökler arasındaki bağıntıdan parametre bulabiliyorum.
- ☐ Köklerin işaretlerini kökleri bulmadan belirleyebiliyorum.
- ☐ Vieta bağıntılarını üçüncü dereceden denklemlere uygulayabiliyorum.

**Bu belge hakkında.** Bu PDF, ahmetcelen.com.tr'deki [Kökler Toplamı ve Kökler Çarpımı Nasıl Bulunur?](#) yazısının AC-013 kodlu belgesinin 1.0 sürümüdür.

Sürüm geçmişi ve değişiklikler: [ahmetcelen.com.tr/d/ac-013/](#). Güncel sürümü ve bütün konuların PDF'lerini [ahmetcelen.com.tr/pdf/](#) adresinde bulabilirsiniz. Elinizdeki dosyanın bizim yayımladığımız sürümle birebir aynı olup olmadığını [ahmetcelen.com.tr/d/](#) adresinde denetleyebilirsiniz; dosya cihazınızdan dışarı gönderilmez.

© 2026 ahmetcelen.com.tr · Eğitime Bir Tık Katkı

Üniversite ve kamu sınavlarına hazırlananlar için ücretsiz matematik kaynakları.  
Bu belgenin güncel hâli ve çok daha fazlası sitede.



PDF merkezi

 **Konu anlatımları**  
Baştan sona anlatım, hap bilgiler ve çözümlü örnekler  
[ahmetcelen.com.tr/blog/](http://ahmetcelen.com.tr/blog/)

 **PDF merkezi**  
Her konunun güncel PDF'i, sürüm geçmişı ve belge doğrulama  
[ahmetcelen.com.tr/pdf/](http://ahmetcelen.com.tr/pdf/)

 **Çıkmiş sorular**  
TYT, AYT, MSÜ, DGS ve KPSS çıkmış soruları  
[ahmetcelen.com.tr/ss/](http://ahmetcelen.com.tr/ss/)

 **Sınav geri sayımları**  
ÖSYM takvimine göre sınavlara kalan süre  
[ahmetcelen.com.tr/sinavlar/](http://ahmetcelen.com.tr/sinavlar/)

 **Video çözümler**  
Konu anlatımı ve soru çözüm videoları  
[ahmetcelen.com.tr/video/](http://ahmetcelen.com.tr/video/)

 **Belge doğrulama**  
Elinizdeki PDF'in güncel ve değiştirilmemiş olduğunu denetleyin  
[ahmetcelen.com.tr/d/](http://ahmetcelen.com.tr/d/)



Üniversite topluluklarını, etkinlikleri ve şirketleri tek uygulamada buluşturan ücretsiz kampüs platformu.

- **Dijital portföy**  
Katıldığın etkinlikleri ve sertifikalarını [uniconnectly.com/@kullaniciadi](http://uniconnectly.com/@kullaniciadi) adresinde herkese açık sergile
- **Sertifikalar**  
Platformda verilen sertifikalar doğrulanmış işaretili, edu.tr e-postan onaylı
- **Topluluklar ve etkinlikler**  
Üniversitendeki toplulukları ve takvimi tek ekranda gör, başvuru etkinliklere katıl
- **Doğrulanabilir katılım**  
QR ile giriş yaptığın etkinlikler portföyünde doğrulanmış listelenir
- **Anlık fırsatlar**  
Staj, iş ve burs duyuruları akışına düşer
- **Üye kartı indirimleri**  
Takip ettiğin toplulukların anlaşmalı işletme indirimlerinden yararlan



### Ücretsiz keşfet

QR kodu okutun ya da [uniconnectly.com](http://uniconnectly.com) adresine girin.



## Diğer yapılarımız

UniConnectly gibi bunlar da bizim yapılarımız. Bu belgeyi ücretsiz sunuyoruz; yapılarımızı keşfetmeniz ve çevrenizle paylaşmanız, bu çalışmaları sürdürmemiz için en büyük destektir.



**Eğitim fakóltesi ve öğretmenlik düşünöner için:**  
bölüm rehberleri, öğretmenlik mesleği ve eğitim teknolojileri üzerine kaynaklı yazılar.

[bote.web.tr](http://bote.web.tr)



**Hayvanseverlerin sosyal medyası** ve veteriner akıllı klinik yönetim uygulaması.

[veterito.com](http://veterito.com)