

[Fonksiyonlar](#) TYT AYT

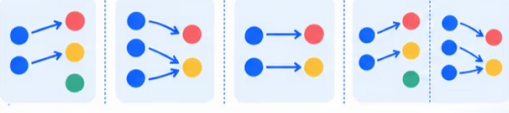
Birebir ve Örten Fonksiyon Nedir?

Bir eşlemenin fonksiyon olduğunu gösterdikten sonra sorulacak iki soru daha vardır. Farklı girişler farklı çıkışlara mı gidiyor? Değer kümesinde boşta kalan eleman var mı? Birincisinin cevabı birebirliği, ikincisinininki örtenliği belirler. Bu yazıda iki kavramı ayrı ayrı tanımlıyor, cebirle ve grafiklerle nasıl gösterildiklerini, sonlu kümelerde nasıl sayıldıklarını ve ters fonksiyonla ilişkilerini adım adım ele alıyoruz.



Birebir ve Örten Fonksiyon Nedir?

Birebir ve örten fonksiyonları, doğru eşleme şemaları üzerinden açıkça karşılaştırm.





BELGE BİLGİLERİ

Belge kodu	AC-003
Yazı no	3
Sürüm	1.0
Sürüm tarihi	28 Eylül 2026
İçerik izi	AA5A 60A5 CBD7
Yayımlayan	ahmetcelen.com.tr

GÜNCELLEK KONTROLÜ

Bu belgeyi kullanmadan veya paylaşmadan önce güncelliğinden emin olunuz. QR kodu okutun ya da adrese girin: elinizdeki sürümün güncel olup olmadığını ve sonradan düzeltilen bir hata bulunup bulunmadığını gösterir.

ahmetcelen.com.tr/d/ac-003/1-0/

Hatalar düzeltildikçe yeni sürüm yayımlanır; bütün değişiklikler sitede sürüm geçmişiyle listelenir.



Güncelliği kontrol et

Bu belge tamamen ücretsizdir. Size satmaya çalışanlara itibar etmeyiniz.

İÇİNDEKİLER

1. Fonksiyondan sonra sorulan iki soru
2. Birebir fonksiyon
3. Birebirliği cebirle gösterme
4. Yatay doğru testi
5. Örten fonksiyon
6. Örtenliği cebirle gösterme
7. Yatay doğruyla birebirlik ve örtenlik
8. Dört durum ve eleman sayıları
9. Birebir örten fonksiyon
10. Sayma: kaç birebir, kaç örten?
11. Sık karşılaşılan fonksiyonlar
12. Sık yapılan hatalar
13. Hap bilgi özeti
14. Sık sorulanlar
15. Kontrol listesi

Fonksiyondan sonra sorulan iki soru

📖 ÖNCE ŞUNLARI BİL

Bu yazıyı daha rahat anlamak için fonksiyonun tanımını ve tanım, değer, görüntü kümesi arasındaki farkı biliyor olman yeterli.

Bu kavramlar yeni geliyorsa önce [Tanım, Değer ve Görüntü Kümeleri](#) yazısına göz at.

Fonksiyon olma şartı yalnızca tanım kümesine bakar: soldaki her elemandan **tam bir** ok çıkmalıdır. Sağ taraf, yani değer kümesi, bu şartta hiç sorgulanmaz. Birebirlik ve örtenlik tam da o sağ tarafı inceler.

- **Birebirlik:** Sağdaki bir elemana birden fazla ok geliyor mu?
- **Örtenlik:** Sağda hiç ok gelmeyen eleman kalıyor mu?

Bir eşleme tahtası düşün: soldaki çivilerden sağdaki çivilere ipler gerilmiş. Soldaki her çividen tam bir ip çıkıyorsa fonksiyonun var. Sağdaki hiçbir çiviye iki ip bağlanmamışsa fonksiyon birebirdir. Sağda ipsiz çivi kalmamışsa örtendir.

📌 HAP BİLGİ

Fonksiyon şartı **sol** tarafa, birebirlik ve örtenlik **sağ** tarafa bakar.

Birebir: sağa en fazla bir ok. Örten: sağa en az bir ok.

Birebir fonksiyon

Farklı girişler her zaman farklı çıkışlara gidiyorsa fonksiyon **birebirdir**. Sözle: hiçbir iki eleman aynı görüntüyü paylaşmaz. Simgeyle:

$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Aynı şart ters yönden de yazılabilir ve işlem yaparken çoğu zaman bu biçim daha kullanışlıdır: iki çıkış eşitse girişler de eşittir.

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{a, b, c, d\}$ olsun. f fonksiyonu $1 \rightarrow a, 2 \rightarrow c, 3 \rightarrow d$ biçiminde, g fonksiyonu ise $1 \rightarrow a, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow b$ biçiminde tanımlansın.

Hangisi birebirdir?

f de sağdaki her elemana en fazla bir ok geliyor. f birebirdir.

g de a ya iki ok geliyor: $g(1) = g(2) = a$. g birebir değildir.

HAP BİLGİ

Birebir değildir demek için **tek bir karşı örnek** yeter: $x_1 \neq x_2$ ama $f(x_1) = f(x_2)$.

Birebirdir demek için ise **genel** bir gösterim gerekir.

Birebirliği cebirle gösterme

Kural verilmiş bir fonksiyonda birebirliği göstermenin standart yolu şudur: $f(x_1) = f(x_2)$ olduğunu varsay ve bu eşitlikten $x_1 = x_2$ sonucuna ulaşmaya çalış. Ulaşırsan fonksiyon birebirdir.

ÖRNEK

$f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ olsun, tanım kümesi $\mathbb{R} - \{3\}$.

f birebir midir?

$f(x_1) = f(x_2)$ diyelim: $\frac{2x_1+1}{x_1-3} = \frac{2x_2+1}{x_2-3}$.

İçler dışlar çarpımı: $(2x_1+1)(x_2-3) = (2x_2+1)(x_1-3)$.

Açalım: $2x_1x_2 - 6x_1 + x_2 - 3 = 2x_1x_2 - 6x_2 + x_1 - 3$.

Ortak terimler sadeleşir: $-6x_1 + x_2 = -6x_2 + x_1$, yani $7x_2 = 7x_1$.

Buradan $x_1 = x_2$ çıkar. f birebirdir.

Birebir olmayan bir fonksiyonda aynı yol bir yerde tıkanır ve tıkanıldığı yer sana karşı örneği verir.

ÖRNEK

$f(x) = x^2 - 2x$ olsun, tanım kümesi $\mathbb{R}$.

f birebir midir?

$f(x_1) = f(x_2)$ diyelim: $x_1^2 - 2x_1 = x_2^2 - 2x_2$.

Düzenleyelim: $x_1^2 - x_2^2 - 2(x_1 - x_2) = 0$, yani $(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 2) = 0$.

Bu eşitlik $x_1 = x_2$ olmadan da sağlanabilir: $x_1 + x_2 = 2$ olması yeter.

Örneğin $x_1 = 0$ ve $x_2 = 2$ için $f(0) = 0$ ve $f(2) = 0$. f birebir değildir.

Yatay doğru testi

Grafiği verilen bir fonksiyonda birebirliği gözle sınavabilirsin. Grafiği kesen **her yatay doğru** grafiği en fazla bir noktada kesiyorsa fonksiyon birebirdir. Bir yatay doğru grafiği iki noktada kesiyorsa, aynı y değerine iki farklı x gidiyor demektir.

- $y = x^3$: her yatay doğru grafiği tam bir noktada keser. Birebirdir.
- $y = x^2$: örneğin $y = 4$ doğrusu grafiği $x = -2$ ve $x = 2$ de keser. Birebir değildir.
- $y = |x|$: $y = 3$ doğrusu $x = -3$ ve $x = 3$ te keser. Birebir değildir.
- $y = 2^x$: her yatay doğru grafiği en fazla bir noktada keser. Birebirdir.

Tanım kümesi daraltılınca birebir olmayan bir kural birebir hâle gelebilir. $f(x) = x^2$ kuralı $\mathbb{R}$ de birebir değildir, ama tanım kümesi $[0, \infty)$ alınırsa birebirdir; çünkü artık negatif girişler yoktur.

Grafiğe bakmadan da işe yarayan bir ölçüt vardır: tanım kümesinin tamamında **artan** (ya da tamamında **azalan**) bir fonksiyon birebirdir. Çünkü $x_1 < x_2$ ise $f(x_1) < f(x_2)$ olur ve iki çıkış eşit olamaz.

⇒ HAP BİLGİ

Dikey doğru testi: fonksiyon mu?

Yatay doğru testi: birebir mi?

Tanım kümesinin tamamında artan ya da azalan fonksiyon birebirdir.

⚠ DİKKAT

Bu ölçütün tersi her zaman doğru değildir.

$f(x) = \frac{1}{x}$ birebirdir, ama tanım kümesinin tamamında azalan değildir: $-1 < 1$ iken $f(-1) = -1 < f(1) = 1$.

Fonksiyon her parçada ayrı ayrı azalır; birebirlik bu yüzden bozulmaz.

Örten fonksiyon

Değer kümesinde boşta eleman kalmıyorsa, yani her elemana en az bir ok geliyorsa fonksiyon **örtendir**. Bu, görüntü kümesinin değer kümesine eşit olması demektir:

$$f: A \rightarrow B \text{ örten} \Leftrightarrow f(A) = B$$

Değer kümesinde en az bir eleman boşta kalıyorsa fonksiyon **içine** fonksiyondur. Her fonksiyon ya örtendir ya içinedir; üçüncü bir seçenek yoktur.

Örtenlik yalnızca kurala değil, **değer kümesine** de bağlıdır. Aynı kural bir değer kümesiyle örten, başka biriyle içine olabilir. Bu yüzden " $f(x) = x^2 + 1$ örten midir?" sorusu değer kümesi söylenmeden cevaplanamaz.

ÖRNEK

$f(x) = x^2 + 1$ kuralını iki ayrı değer kümesiyle ele alalım.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f: \mathbb{R} \rightarrow [1, \infty)$ örten midir?

$x^2 \geq 0$ olduğu için $x^2 + 1 \geq 1$ dir; görüntü kümesi $[1, \infty)$ dur.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olarak örten değildir; örneğin 0 a hiç ok gelmez.

$f: \mathbb{R} \rightarrow [1, \infty)$ olarak örtendir, çünkü görüntü kümesi değer kümesine eşittir.

HAP BİLGİ

Örten $\Leftrightarrow$ görüntü kümesi = değer kümesi.

Örtenlik sorusunda önce görüntü kümesini bul, sonra değer kümesiyle karşılaştır.

Örtenliği cebirle gösterme

Örtenliği göstermek için değer kümesinden **herhangi** bir y alırsın ve $f(x) = y$ denklemini x için çözersin. Çıkan x her y için tanım kümesinin içindeyse fonksiyon örtendir.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 5$ olsun.

f örten midir?

Herhangi bir y için $3x - 5 = y$ denklemini çözelim: $x = \frac{y+5}{3}$.

Bu sayı her y için bir gerçel sayıdır, yani tanım kümesinin içindedir.

Kontrol: $f\left(\frac{y+5}{3}\right) = y + 5 - 5 = y$. f örtendir.

Tanım kümesi de örtenliği etkiler. $f(x) = 2x$ kuralı $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olarak örtendir. Aynı kural tam sayılarda, yani $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ olarak örten değildir: $2x = 3$ denkleminin çözümü $x = 1,5$ tir ve bu bir tam sayı değildir. Tek sayıların hiçbirine ok gelmez. Yine de bu fonksiyon birebirdir.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + |x|$ olsun.

f birebir ve örten midir?

Mutlak değeri açalım. $x \geq 0$ için $f(x) = 3x$, $x < 0$ için $f(x) = x$ olur.

İki parça da artandır ve $x = 0$ da ikisi de 0 değerini verir; fonksiyon her yerde artandır. Bu yüzden birebirdir.

Birinci parça $[0, \infty)$ aralığını, ikinci parça $(-\infty, 0)$ aralığını doldurur. Birleşimleri $\mathbb{R}$ dir; f örtendir.

Yatay doğruyla birebirlik ve örtenlik

Yatay doğru testi yalnızca birebirliği değil, örtenliği de gösterebilir. Değer kümesindeki her k için $y = k$ doğrusunu düşün ve grafiği kaç kez kestiğine bak:

- Her doğru grafiği **en fazla bir** kez kesiyorsa fonksiyon birebirdir.
- Her doğru grafiği **en az bir** kez kesiyorsa fonksiyon örtendir.
- Her doğru grafiği **tam bir** kez kesiyorsa fonksiyon birebir örtendir.

Burada önemli olan, doğruların yalnızca **değer kümesindeki** k değerleri için çizilmesidir. Değer kümesi değişince bakılacak doğrular da değişir.

✍ ÖRNEK

$f(x) = x^2 - 4x + 3$ olsun. Tepe noktası $(2, -1)$ dir.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f: [2, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$ için birebirlik ve örtenliği yatay doğrularla inceleyelim.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ için $y = -2$ doğrusu grafiği hiç kesmez; f örten değildir. $y = 3$ doğrusu grafiği $x = 0$ ve $x = 4$ te keser; f birebir de değildir.

$f: [2, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$ için grafik yalnızca tepe noktasından sağa giden koldur. $k \geq -1$ olan her $y = k$ doğrusu bu kolu tam bir kez keser.

Bu hâliyle f birebir örtendir.

Parçalı fonksiyonda dikkat

Parçalı bir fonksiyonun her parçası ayrı ayrı birebir olabilir, ama fonksiyonun tamamı birebir olmayabilir. Parçaların görüntü kümeleri **çakışmıyorsa** iki farklı parçadan aynı değer çıkar.

✍ ÖRNEK

$x < 0$ için $f(x) = x + 1$, $x \geq 0$ için $f(x) = x^2$ olsun, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

f birebir ve örten midir?

Birinci parçanın görüntü kümesi $(-\infty, 1)$, ikinci parçanın $[0, \infty)$ dur.

Birleşimleri $\mathbb{R}$ olduğu için f örtendir.

İki görüntü kümesi ise $[0, 1)$ aralığında çakışıyor. Örneğin $f(-0,5) = 0,5$ ve $f(\sqrt{0,5}) = 0,5$.

f birebir değildir.

⇒ HAP BİLGİ

Parçalı fonksiyonda birebirlik için her parçanın birebir olması yetmez; parçaların görüntü kümeleri de çakışmamalıdır.

Örtenlik için parçaların görüntü kümelerinin birleşimi değer kümesine eşit olmalıdır.

Dört durum ve eleman sayıları

Birebirlik ve örtenlik birbirinden bağımsızdır. Bir fonksiyon ikisine de sahip olabilir, yalnız birine sahip olabilir ya da hiçbirine sahip olmayabilir:

Durum	Örnek
Birebir ve örten	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$
Birebir, örten değil	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2^x$
Örten, birebir değil	$f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty), f(x) = x^2$
İkisi de değil	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

Sonlu kümelerde eleman sayıları bu dört durumdan bazılarını baştan eler. A da B den fazla eleman varsa, bazı elemanlar aynı yere gitmek zorundadır; buna **güvercin yuvası ilkesi** denir. A da B den az eleman varsa, oklar B nin hepsine yetmez.

⇒ HAP BİLGİ

Sonlu kümelerde: $s(A) > s(B)$ ise fonksiyon birebir olamaz. $s(A) < s(B)$ ise örten olamaz.

$s(A) = s(B)$ ise birebir olmak ile örten olmak aynı şeydir: biri varsa öteki de vardır.

⚠ DİKKAT

Son kural yalnızca **sonlu ve eşit sayıda elemanlı** kümeler için geçerlidir.

Sonsuz kümelerde bozulur: $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = 2x$ birebirdir ama örten değildir.

📖 SINAVDA NASIL ÇIKAR

Temel düzeyde (**TYT**) bu konu şema üzerinden gelebilir: birkaç eşleme verilir, hangisinin birebir, örten ya da birebir örten olduğu sorulur. Eleman sayısı soruları da bu düzeydedir.

İleri düzeyde (**AYT**) kural verilir ve bir parametre istenir: "birebir örten ise a kaçtır?" gibi. Ters fonksiyonun var olup olmadığını tartışmak için de kullanılır.

⇒ HAP BİLGİ

Gündelik hayatta

Kişiden doğum gününe giden eşleme 367 kişilik bir grupta birebir olamaz: yılda en çok 366 gün vardır, en az iki kişi aynı günde doğmuştur.

Tanım kümesi değer kümesinden büyükse fonksiyon birebir olamaz.

Birebir örten fonksiyon

Hem birebir hem örten olan fonksiyona **birebir örten** fonksiyon denir. Bu durumda B deki her elemana **tam bir** ok gelir: ne boşta eleman kalır ne de iki ok aynı yere gider. İki küme arasında kusursuz bir eşleşme kurulmuş olur.

Birebir örten fonksiyonun en önemli sonucu, geriye dönüşün de bir fonksiyon olmasıdır. Her çıkış tek bir girişten geldiği için okları ters çevirdiğinde yine bir fonksiyon elde edersin. Bu, **ters fonksiyondur**.

☞ HAP BİLGİ

Bir fonksiyonun tersinin var olması için birebir **ve** örten olması gerekir ve yeter.

Birebir değilse ters çevrilen oklardan biri iki yere gider. Örten değilse boşta kalan eleman geriye dönemez.

Parametrelili sorularda bu bilgi doğrudan kullanılır.

✍ ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (a - 2)x^2 + 3x + 1$ fonksiyonu birebir örten olsun.

a kaçtır?

$a - 2 \neq 0$ olsaydı f ikinci dereceden olurdu. Parabol bir tepe noktasından sonra yön değiştirdiği için birebir olamazdı.

O hâlde $a - 2 = 0$, yani $a = 2$ olmalı.

Kontrol: $a = 2$ için $f(x) = 3x + 1$ olur. Bu doğrusal fonksiyon $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olarak birebir ve örtendir.

✍ ÖRNEK

$f: [2, \infty) \rightarrow [k, \infty), f(x) = x^2 - 4x + 1$ fonksiyonu birebir örten olsun.

k kaçtır?

Tepe noktasının apsisi $x = -\frac{-4}{2} = 2$ dir; tanım kümesi tam tepe noktasından başlıyor. Bu aralıkta fonksiyon artandır ve birebirdir.

Görüntü kümesi $f(2)$ den başlar: $f(2) = 4 - 8 + 1 = -3$.

Örten olması için değer kümesi görüntü kümesine eşit olmalı: $[k, \infty) = [-3, \infty)$.

$k = -3$ tür.

Sayma: kaç birebir, kaç örten?

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olsun. A dan B ye tanımlanabilen fonksiyonları türlerine göre saymak için sırayla düşünelim.

- **Bütün fonksiyonlar:** her eleman için n seçenek, toplam n^m .
- **Birebir fonksiyonlar** ($m \leq n$): ilk eleman için n , ikinci için $n - 1$, ... seçenek. Toplam $n \cdot (n - 1) \cdots (n - m + 1) = \frac{n!}{(n - m)!}$.
- **Birebir örten fonksiyonlar** ($m = n$): $n!$.
- **İçine fonksiyonlar:** bütün fonksiyonlardan örtenler çıkarılır.

Örten fonksiyonları saymak daha zordur, çünkü "her elemana en az bir ok" şartı doğrudan çarpıma dönüşmez. Küçük durumlarda boşta eleman bırakanları çıkararak sayarız.

ÖRNEK

$s(A) = 4$ ve $s(B) = 3$ olsun, $B = \{a, b, c\}$.

A dan B ye kaç örten fonksiyon vardır?

Bütün fonksiyonlar: $3^4 = 81$.

a yı boşta bırakanlar, yani yalnızca $\{b, c\}$ ye gidenler: $2^4 = 16$. b yi ve c yi boşta bırakanlar için de 16 şar tane vardır.

Bu üç grubu toplarsak iki elemanı birden boşta bırakanları iki kez çıkarmış oluruz. Bunlar sabit fonksiyonlardır ve 3 tanedir; onları geri ekleriz.

Örten fonksiyon sayısı: $81 - 3 \cdot 16 + 3 = 36$.

Bu yola **içerme dışarma ilkesi** denir. Genel hâli şudur:

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} (n-k)^m$$

HAP BİLGİ

$s(B) = 2$ ise örten fonksiyon sayısı $2^m - 2$ dir.

$s(A) = s(B) = n$ ise birebir, örten ve birebir örten fonksiyonların sayısı aynıdır: $n!$.

ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ olsun.

Kaç içine fonksiyon vardır?

Bütün fonksiyonlar: $3^3 = 27$.

Eleman sayıları eşit olduğu için örten fonksiyonlar birebir örten fonksiyonlarla aynıdır: $3! = 6$.

İçine fonksiyonlar: $27 - 6 = 21$.

Sık karşılaşılan fonksiyonlar

Aşağıdaki tablo, sınavda en çok karşına çıkacak fonksiyonların $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlandığındaki durumunu özetliyor. Tanım ya da değer kümesi değişirse sonuç da değişebilir.

Fonksiyon	Birebir	Örten
$f(x) = x$ (birim)	Evet	Evet
$f(x) = c$ (sabit)	Hayır	Hayır
$f(x) = ax + b, a \neq 0$	Evet	Evet
$f(x) = x^2$	Hayır	Hayır
$f(x) = x^3$	Evet	Evet
$f(x) = x $	Hayır	Hayır
$f(x) = 2^x$	Evet	Hayır

2^x fonksiyonunun görüntü kümesi $(0, \infty)$ dur. Değer kümesi $(0, \infty)$ alınırsa birebir örten olur; 2 tabanında logaritma fonksiyonu tam da bu fonksiyonun tersidir.

⚠ DİKKAT

Sabit fonksiyonun birebir olmaması tanım kümesinde en az iki eleman olmasına bağlıdır.

Tanım kümesi tek elemanlıysa sabit fonksiyon da birebirdir. Tablodaki "Hayır" cevabı, tanım kümesi $\mathbb{R}$ olduğu için doğrudur.

Sık yapılan hatalar

Hata	Doğrusu
Örtenliği değer kümesine bakmadan söylemek	Örtenlik değer kümesine bağlıdır
Birebirliği birkaç değer deneyerek kanıtlamak	Genel gösterim gerekir
Dikey ve yatay doğru testini karıştırmak	Dikey: fonksiyon mu, yatay: birebir mi
$s(A) = s(B)$ kuralını sonsuz kümelerle uygulamak	Yalnızca sonlu kümelerde geçerli
Birebir fonksiyonun tersi her zaman vardır sanmak	Örten de olmalı
A da B den fazla eleman varken birebir aramak	Birebir fonksiyon yoktur

Bu hataların ortak noktası şu: birebirlik ve örtenlik kuralın değil, **kural ile iki kümenin** birlikte özelliğidir. Soruda tanım ve değer kümesini görmeden karar verme.

🔑 Hap bilgi özeti

- 1 Fonksiyon şartı **sol** tarafa, birebirlik ve örtenlik **sağ** tarafa bakar.

Birebir: sağa en fazla bir ok. Örten: sağa en az bir ok.

- 2 Birebir değildir demek için **tek bir karşı örnek** yeter: $x_1 \neq x_2$ ama $f(x_1) = f(x_2)$.

Birebirdir demek için ise **genel** bir gösterim gerekir.

3 **Dikey doğru testi:** fonksiyon mu?

Yatay doğru testi: birebir mi?

Tanım kümesinin tamamında artan ya da azalan fonksiyon birebirdir.

4 Örten $\Leftrightarrow$ görüntü kümesi = değer kümesi.

Örtenlik sorusunda önce görüntü kümesini bul, sonra değer kümesiyle karşılaştır.

5 Parçalı fonksiyonda birebirlik için her parçanın birebir olması yetmez; parçaların görüntü kümeleri de çakışmamalıdır.

Örtenlik için parçaların görüntü kümelerinin birleşimi değer kümesine eşit olmalıdır.

6 Sonlu kümelerde: $s(A) > s(B)$ ise fonksiyon birebir olamaz. $s(A) < s(B)$ ise örten olamaz.

$s(A) = s(B)$ ise birebir olmak ile örten olmak aynı şeydir: biri varsa öteki de vardır.

7 **Gündelik hayatta**

Kişiden doğum gününe giden eşleme 367 kişilik bir grupta birebir olamaz: yılda en çok 366 gün vardır, en az iki kişi aynı günde doğmuştur.

Tanım kümesi değer kümesinden büyükse fonksiyon birebir olamaz.

8 Bir fonksiyonun tersinin var olması için birebir **ve** örten olması gerekir ve yeter.

Birebir değilse ters çevrilen oklardan biri iki yere gider. Örten değilse boşta kalan eleman geriye dönemez.

9 $s(B) = 2$ ise örten fonksiyon sayısı $2^m - 2$ dir.

$s(A) = s(B) = n$ ise birebir, örten ve birebir örten fonksiyonların sayısı aynıdır: $n!$.

? Sık sorulanlar

Birebir fonksiyon nedir?

Farklı girişleri her zaman farklı çıkışlara götüren fonksiyondur. Değer kümesindeki hiçbir elemana birden fazla ok gelmez.

Örten fonksiyon nedir?

Değer kümesinde boşta eleman bırakmayan fonksiyondur. Görüntü kümesi değer kümesine eşittir.

İçine fonksiyon nedir?

Örten olmayan fonksiyondur. Değer kümesinde hiç ok gelmeyen en az bir eleman vardır.

Birebir örten fonksiyonun tersi her zaman var mıdır?

Evet. Bir fonksiyonun tersinin var olması için birebir ve örten olması gerekir ve yeter. Bu iki şarttan biri eksikse ters fonksiyon yoktur.

Yatay doğru testi neyi gösterir?

Bir fonksiyonun birebir olup olmadığını gösterir. Her yatay doğru grafiği en fazla bir noktada kesiyorsa fonksiyon birebirdir.

Eleman sayıları eşit iki sonlu küme arasında birebir olan fonksiyon örten midir?

Evet. Eleman sayıları eşit sonlu kümelerde birebir olmak ile örten olmak aynı şeydir. Bu kural sonsuz kümelerde geçerli değildir.

☰ Kontrol listesi

- ☐ Bir şemada birebirlik ve örtenliği sağ taraftaki ok sayısına bakarak ayırt edebiliyorum.
- ☐ Birebirliği $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ yoluyla gösterebiliyorum.
- ☐ Birebir olmayan bir fonksiyon için tek bir karşı örnek verebiliyorum.
- ☐ Yatay doğru testini bir grafik üzerinde uygulayabiliyorum.
- ☐ Örtenliği $f(x) = y$ denklemini çözerek gösterebiliyorum.
- ☐ Aynı kuralın değer kümesine göre örten ya da içine olabileceğini bir örnekle açıklayabiliyorum.
- ☐ Sonlu kümelerde eleman sayılarından hangi durumların imkânsız olduğunu söyleyebiliyorum.
- ☐ Birebir örten olma şartından bir parametreyi bulabiliyorum.
- ☐ Birebir, birebir örten ve içine fonksiyonların sayısını hesaplayabiliyorum.
- ☐ Küçük kümelerde örten fonksiyonları boşta eleman bırakanları çıkararak sayabiliyorum.

Bu belge hakkında. Bu PDF, ahmetcelen.com.tr'deki [Birebir ve Örten Fonksiyon Nedir?](#) yazısının AC-003 kodlu belgesinin 1.0 sürümüdür.

Sürüm geçmişi ve değişiklikler: [ahmetcelen.com.tr/d/ac-003/](#). Güncel sürümü ve bütün konuların PDF'lerini [ahmetcelen.com.tr/pdf/](#) adresinde bulabilirsiniz. Elinizdeki dosyanın bizim yayımladığımız sürümle birebir aynı olup olmadığını [ahmetcelen.com.tr/d/](#) adresinde denetleyebilirsiniz; dosya cihazınızdan dışarı gönderilmez.

© 2026 ahmetcelen.com.tr · Eğitime Bir Tık Katkı

Üniversite ve kamu sınavlarına hazırlananlar için ücretsiz matematik kaynakları.
Bu belgenin güncel hâli ve çok daha fazlası sitede.



PDF merkezi



Konu anlatımları

Baştan sona anlatım, hap bilgiler ve çözümlü örnekler
ahmetcelen.com.tr/blog/



PDF merkezi

Her konunun güncel PDF'i, sürüm geçmişi ve belge doğrulama
ahmetcelen.com.tr/pdf/



Çıkış soruları

TYT, AYT, MSÜ, DGS ve KPSS çıkmış soruları
ahmetcelen.com.tr/ss/



Sınav geri sayımları

ÖSYM takvimine göre sınavlara kalan süre
ahmetcelen.com.tr/sinavlar/



Video çözümler

Konu anlatımı ve soru çözüm videoları
ahmetcelen.com.tr/video/



Belge doğrulama

Elinizdeki PDF'in güncel ve değiştirilmemiş olduğunu denetleyin
ahmetcelen.com.tr/d/



Üniversite topluluklarını, etkinlikleri ve şirketleri tek uygulamada buluşturan ücretsiz kampüs platformu.

• Dijital portföy

Katıldığın etkinlikleri ve sertifikalarını
uniconnectly.com/@kullaniciadi adresinde herkese açık sergile

• Sertifikalar

Platformda verilen sertifikalar doğrulanmış işaretli, edu.tr e-postan onaylı

• Topluluklar ve etkinlikler

Üniversitendeki toplulukları ve takvimi tek ekranda gör, başvuru etkinliklere katıl

• Doğrulanabilir katılım

QR ile giriş yaptığın etkinlikler portföyünde doğrulanmış listelenir

• Anlık fırsatlar

Staj, iş ve burs duyuruları akışına düşer

• Üye kartı indirimleri

Takip ettiğin toplulukların anlaşmalı işletme indirimlerinden yararlan



Ücretsiz keşfet

QR kodu okutun ya da uniconnectly.com adresine girin.



Diğer yapılarımız

UniConnectly gibi bunlar da bizim yapılarımız. Bu belgeyi ücretsiz sunuyoruz; yapılarımızı keşfetmeniz ve çevrenizle paylaşmanız, bu çalışmaları sürdürmemiz için en büyük destektir.



Eğitim fakültesi ve öğretmenlik düşünenler için: bölüm rehberleri, öğretmenlik mesleği ve eğitim teknolojileri üzerine kaynaklı yazılar.

bote.web.tr



Hayvanseverlerin sosyal medyası ve veteriner akıllı klinik yönetim uygulaması.

veterito.com